Consejo Nacional de Universidades y Mined

Guía de Estudio de Matemática

Julio, 2014

Índice

Introducción

Estimados Estudiantes :

Dentro del actual proceso de globalización y de la modernización de la enseñanza de la matemática, el Consejo Nacional de Universidades (CNU) y el Ministerio de Educaciòn, se han dado a la tarea de presentarles un material de ejercicios y problemas introductorios, con el objetivo que tengan la oportunidad de consolidar sus conocimientos mediante un entrenamiento matemático que les permita fortalecer sus capacidades cognitivas e intelectuales referida al campo de las ciencias matemáticas.

Este material reúne ciertas características entre las cuales se pueden destacar las siguientes :

1. Tiene como fuente primaria los temas que tradicionalmente ofrecen grandes dificultades para los estudiantes de secundaria; por ello, se hace énfasis en los aspectos teóricos de los conceptos matemáticos.

2. Se han insertado problemas de lógica matemática, semejantes a situaciones objetivas de fenómenos de la vida real.

3. El enfoque se ha centrado, por un lado, en la proposición de problemas donde intervienen conceptos, teoremas y propiedades de las distintas áreas de la matemática y, por el otro, ejercicios de cálculo para desarrollar destrezas y habilidades.

4. Algunos problemas han sido seleccionados de revistas matemáticas, de exámenes de entrenamiento y de concursos matemáticos.

Simbología Matemática

La Matemática exige en cualquiera de sus ramas un lenguaje claro y preciso. Estas virtudes las proporciona la lógica matemática o simbólica, que da a cada expresión un significado exacto y a cada símbolo una interpretación sin ambigüedades.

A continuación se presentan algunos de los símbolos utilizados en este documento:

Símbolo	Nombre
$\forall$	Para Todo
$\exists$	Existe
$\nexists$	No existe
$\in$	Pertenece
$\notin$	No pertenece
$\subseteq$	Subconjunto
$\nsubseteq$	No es subconjunto
$\leq$	Menor o igual
$\geq$	Mayor o igual
$\Longrightarrow$	Entonces
$\Longleftrightarrow$	Si y sólo si
$\cup$	Unión
$\cap$	Intersección
$\triangle$	Diferencia Simétrica
$\vee$	o (lógico)
$\wedge$	y (lógico)
$\log$	Logaritmo decimal
$\ln$	Logaritmo natural
$\sum$	Sumatoria
$\mathbb{N}$	Conjuntos de Números Naturales
$\mathbb{Q}$	Conjuntos de Números Racionales
$\mathbb{Q}^C$	Conjuntos de Números Irracionales
$\mathbb{Z}$	Conjuntos de Números Enteros
$\mathbb{R}$	Conjuntos de Números Reales
$f : A \to B$	Función de A en B
$(g \circ f)(x)$	Composición de Funciones
f^{-1}	Función Inversa
a_n	Elemento de la sucesión

Aspectos Teóricos Preliminares

1 Aritmética

1.1 Razones y Proporciones

- Una razón es el cociente de dos cantidades: $\dfrac{a}{b}$
- Una proporción es la igualdad de dos razones: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{b}{d}$.
- Resolución de una proporción:
$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ entonces } ad = bc.$$
- Tanto por ciento: Calcular el tanto por ciento, $T\%$, de una cantidad A consiste en encontrar una cantidad B de forma que A y B estén en la misma proporción que 100 y T, es decir,
$$\frac{A}{B} = \frac{100}{T\%}$$

1.2 Máximo Común Divisor

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor número que los divide a todos exactamente. Se denota por mcd.

Método de Solución :

El mcd de varios números por descomposición en factores primos se obtiene dividiendo al mismo tiempo todos los números dados por un factor común, los cocientes nuevamente por un factor común y asi sucesivamente hasta que los cocientes sean primos entre sí. El mcd es el producto de los factores comunes.

1.3 Mínimo Común Múltiplo

El Mínimo Común Múltiplo de dos o más números es el menor número que contiene un número exacto de veces a cada uno de ellos. Se denota por mcm.

Métodos de Solución :

El m.c.m de varios números por descomposición en factores primos es igual al producto de los factores primos comunes y no comunes afectado de su mayor exponente.

1.4 Tipos de Números

- Número Primo : Es aquel que solo es divisible por sí mismo y la unidad.
- Números Primos Relativos : Son dos o más números que no tienen más divisor común que 1.
- Número Compuesto : Es aquel que además de ser divisible por sí mismo y la unidad lo es por otro factor.

- Número Par : Es todo número múltiplo de 2, su forma general es $2n$, $\forall\, n \in N$

- Número Impar : Es el que no es múltiplo de 2, su forma general es $2n \pm 1$, $\forall\, n \in N$

1.5 Notación Científica

La notación científica (o notación índice estándar) es una manera rápida de representar un número utilizando potencias de base diez. Esta notación se utiliza para poder expresar fácilmente números muy grandes o muy pequeños. Los números se escriben como un producto

$$a \times 10^n$$

siendo:

a : un número entero mayor o igual que 1 y menor que 10, que recibe el nombre de coeficiente.

n : un número entero, que recibe el nombre de exponente u orden de magnitud.

1.6 Operaciones Matemáticas con Notación Científica

1.6.1 Suma y resta

Siempre que las potencias de 10 sean las mismas, se deben sumar los coeficientes (o restar si se trata de una resta), dejando la potencia de 10 con el mismo grado. En caso de que no tengan el mismo exponente, debe convertirse el coeficiente, multiplicándolo o dividiéndolo por 10 tantas veces como sea necesario para obtener el mismo exponente.

Ejemplo :

$$2 \times 10^5 + 3 \times 10^5 = 5 \times 10^5$$

1.6.2 Multiplicación

Para multiplicar cantidades escritas en notación científica se multiplican los coeficientes y se suman los exponentes.

Ejemplo :

$$\left(2 \times 10^{-5}\right)\left(3 \times 10^{7}\right) = 6 \times 10^{2}$$

1.6.3 División

Para dividir cantidades escritas en notación científica se dividen los coeficientes y se restan los exponentes (el del numerador menos el del denominador).

Ejemplo :

$$\frac{2 \times 10^{-5}}{3 \times 10^{7}} = \frac{2}{3} \times 10^{-12}$$

1.6.4 Potenciación

Se eleva el coeficiente a la potencia y se multiplican los exponentes.

Ejemplo :

$$\left(2 \times 10^{-5}\right)^{-3} = \frac{1}{8} \times 10^{15}$$

1.6.5 Radicación

Se debe extraer la raíz del coeficiente y se divide el exponente por el índice de la raíz.

Ejemplo :

$$\sqrt[10]{2 \times 10^5} = \sqrt[10]{2} \times \sqrt{10}$$

2 Álgebra

2.1 Exponentes y Radicales

$$(ab)^x = a^x b^x \qquad a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$(a^x)^y = a^{xy} \qquad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$a^x a^y = a^{x+y} \qquad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

$$a^0 = 1 \text{ si } a \neq 0 \qquad a^{\frac{1}{y}} = \sqrt[y]{a}$$

2.2 Teorema Binomial

- $(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \ldots + nab^{n-1} + b^n$

donde n es un entero positivo $\quad y \quad n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot (n-1) \cdot n$

- $(a+b)^n = \sum_{k=o}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$, donde $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

2.3 Productos Notables y Factorización

- $ax + ay = a(x+y)$
- $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $a^3 \pm b^3 = (a+b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right)$

2.4 Fórmula Cuadrática

Las soluciones de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, se pueden calcular con la **fórmula cuadrática**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Sea $D = b^2 - 4ac$. Entonces

- Si $D > 0$, la ecuación tiene dos soluciones distintas.
- Si $D = 0$, la ecuación tiene exactamente una solución.
- Si $D < 0$, la ecuación no tiene solución real.

2.5 Desigualdades y Valor Absoluto

- Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.
- Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ca < cb$.
- Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ca > cb$.
- Si $a > 0$

  $|x| = a$ significa $x = a$ o $x = -a$.

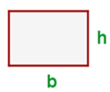
  $|x| < a$ significa $-a < x < a$.

  $|x| > a$ significa $x > a$ o $x < -a$

3 Geometría Plana y de Sólido

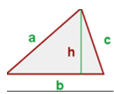
Perímetros y áreas de figuras planas

Figura | **Perímetro** | **Área**



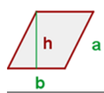
Rectángulo

$P = 2b + 2h$ | $A = bh$



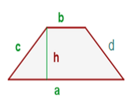
Triángulo

$P = a + b + c$ | $A = \frac{1}{2}bh$



Paralelogramo

$P = 2(a + b)$ | $A = bh$

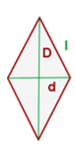


Trapecio

$P = a + b + c + d$ | $A = \frac{1}{2}\left(a + b\right) h$

Circunferencia

$P = 2\pi r$ | $A = \pi r^2$

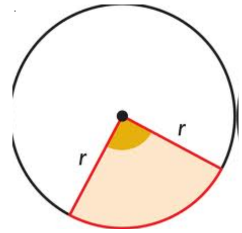


Rombo

$P = 4l$ | $A = \dfrac{D \times d}{2}$

- La **longitud del arco** S subtendido por un ángulo β es el radio multiplicado por el ángulo $S = r\beta$

- La medida del **ángulo subtendido por un arco** es la razón de la longitud de arco al radio $\beta = \dfrac{S}{r}$



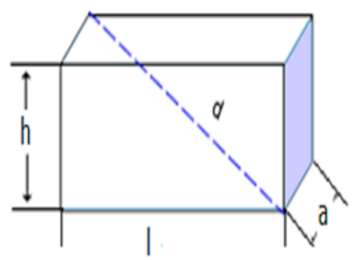
- El área A_β de un sector subtendido por un ángulo central tiene la misma razón al área del círculo que el ángulo β a 2π

$$\frac{A_\beta}{\pi r^2} = \frac{\beta}{2\pi} \Longrightarrow A_\beta = \frac{1}{2}\beta r^2$$

- El **perímetro** de un polígono regular de n lados inscrito en un círculo de radio r es $2nr \operatorname{sen} \dfrac{\pi}{n}$
- El **área** de un polígono regular de n lados inscrito en un círculo de radio r es $2nr^2 \operatorname{sen} \dfrac{\pi}{n}$
- El **perímetro** de un polígono regular de n lados circunscrito a una circunferencia es $2nr \tan \dfrac{\pi}{n}$
- El **área** de un polígono regular de n lados circunscrito a una circunferencia es $2nr^2 \tan \dfrac{\pi}{n}$

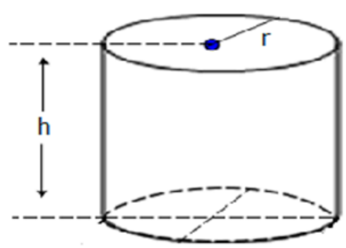
Áreas y Volúmenes de Sólidos

Prisma rectangular (recto)



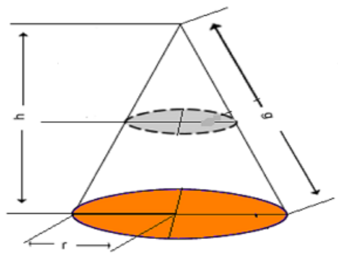
$A_b =$ área de la base $\quad A = 2la + 2lh + 2a \qquad V = A_b h$

Cilindro



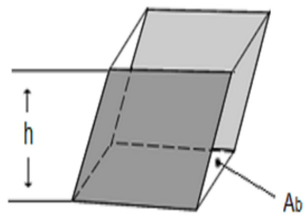
Área lateral $A_l = 2\pi rh \qquad$ Área total $A = 2r\pi\,(h + r) \qquad$ Volumen $V = \pi r^2 h$

Cono circular recto



Área lateral $A_l = \pi r g$ Área total $A = \pi r(r+g)$ Volumen $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

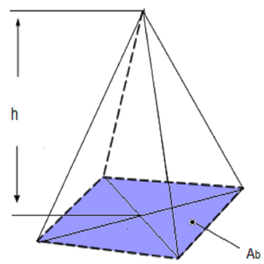
Prisma oblícuo



A_b =área de la base, P_b = perímetro de la base, Área lateral $A_l = P_b h$

Área total $A = 2A_b + P_b h$, Volumen $= A_b h$

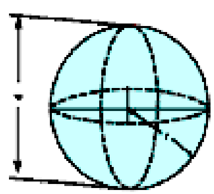
Pirámide rectangular (recta)



Área lateral $A_l = \frac{Pa}{2}$ donde P es el perímetro y a es el apotema.

Área total $A_l = \frac{Pa}{2} + A_b$, Volumen $V = \frac{A_b h}{3}$

Esfera



Área $A = \pi r^2$ Volumen $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ r =radio

4 Funciones Reales

Una función es una regla que relaciona los elementos de dos conjuntos, es decir a todos los elementos de un conjunto inicial que llamaremos Dominio le asigna por medio de alguna regla, uno y solo uno de los elementos de un conjunto final que llamaremos Codominio; a los elementos del conjunto inicial se les conoce como Preimagen y a los elementos que se les asigna a través de la función son conocidos como Imagen.

4.1 Definiciones

Dada $f : A \to B$,la imagen directa de $X \subseteq A$ está dada por

$$f(X) = \{f(x) \in B : x \in X\}$$

Dada $f : A \to B$, la imagen inversa de $Y \subseteq B$ está dada por

$$f^{-1}(Y) = \{x \in A : f(a) \in Y\}$$

4.2 Funciones Monótonas y Constantes

Sea f una función definida en $[a, b] \subseteq \mathbb{R}$,entonces :

1. f es estrictamente creciente si

$$\forall\, x_1,\ x_2 \in [a, b],\ si\ x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

2. f es creciente si

$$\forall\, x_1,\ x_2 \in [a, b],\ si\ x_1 \leq x_2 \Longrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

3. f es estrictamente decreciente si

$$\forall\, x_1,\ x_2 \in [a, b],\ si\ x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

4. f es decreciente si

$$\forall\, x_1,\ x_2 \in [a, b],\ si\ x_1 \leq x_2 \Longrightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

5. f es constante si

$$\forall\, x \in [a, b],\ c \in \mathbb{R},\quad f(x) = c$$

4.3 Álgebra de Funciones

Sean f y g funciones reales con dominio A y B. Entonces

$$\begin{aligned}
(f+g)(x) &= f(x) + g(x) && \text{dominio} = A \cap B \\
(f-g)(x) &= f(x) - g(x) && \text{dominio} = A \cap B \\
(f \cdot g)(x) &= f(x)g(x) && \text{dominio} = A \cap B \\
\left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} && \text{dominio} = \{x \in A \cap B \mid g(x) \neq 0\}
\end{aligned}$$

4.4 Tipos de Funciones Polinomiales

Función Constante

Una expresión de la forma $f(x) = c, \;\; c \in \mathbb{R}$, se llama función constante. El conjunto de puntos que define el comportamiento de esta función es una línea paralela al eje X, por tanto, la gráfica de una función constante es una línea recta.

Función Lineal

Una expresión de la forma $f(x) = ax + b, \;\; a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, \;\; a \neq 0$, se llama función lineal. Los parámetros "a" se llama pendiente y "b" ordenada al origen. El conjunto de puntos que define el comportamiento de esta función es una línea recta., por tanto, la gráfica de una función lineal es una línea recta. Si $a > 0$ la función es creciente, en caso contrario, decreciente.

Función Cuadrática

Una expresión de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c, \;\; a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R} \;\; a \neq 0$, se llama función cuadrática o de segundo orden. Los valores "a", "b","c" son los coeficientes de la ecuación cuadrática. El conjunto de puntos que define el comportamiento de esta función es una parábola por tanto, la gráfica de una función cuadrática es una parábola.

5 Funciones y Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas

Si $a > 0$, la **la función exponencial de base** a se define por la fórmula

$$f(x) = a^x$$

Para $a \neq 1$, el dominio de f es $\mathbb{R}$, el rango de f es $(0, \infty)$. La función f es creciente si $a > 1$ y decreciente si $0 < a < 1$.

5.1 La Función Exponencial Natural

La **función exponencial natural** es la función exponencial

$$f(x) = e^x$$

de base e, donde e es el valor a que se aproxima $(1 + \frac{1}{n})^n$ cuando n tiende al infinito.

5.2 Funciones Logarítmicas

Sea a un número positivo con $a \neq 1$. La **función logarítmica de base** a, denotada por $\log_a$, se define por la fórmula

$$\log_a x = y \Longleftrightarrow a^y = x$$

El logaritmo de base 10 se llama **logaritmo decimal** y se denota por $\log x$

$$\log x = \log_{10} x$$

El logaritmo de base e se llama **logaritmo natural** y se denota por ln:

$$\ln x = \log_e x$$

5.3 Propiedades de Logaritmos

Sea a un número positivo, con $a \neq 1$. Sean $x > 0$, $y > 0$, y r un número real arbitrario.

- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a(x^r) = r \log_a x$

5.4 Fórmula de Cambio de Base

Para cambiar de base a a base b, basta con conocer el valor de $\log_a b$:

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

6 Trigonometría

6.1 Signos de las Funciones Trigonométricas

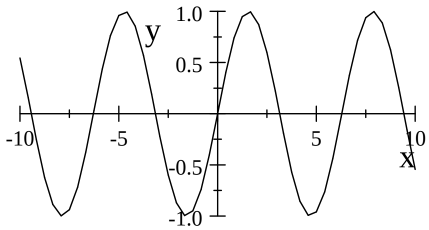
Cuadrante	sen	cos	tan	cot	sec	csc
I	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
II	$+$	$-$	$-$	$-$	$-$	$+$
III	$-$	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$
IV	$-$	$+$	$-$	$-$	$+$	$-$

6.2 Valores para Ángulos Básicos

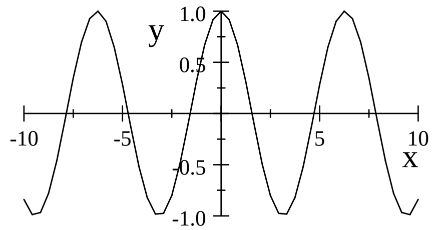
Grados	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Radianes	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ND	0	ND	0
cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	ND	0	ND
sec	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	ND	-1	ND	1
csc	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	ND	-1	ND

Nota: La abreviatura ND, arriba usada, significa "no definida".

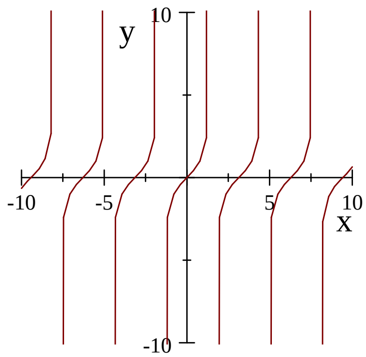
6.3 Gráficos de las Funciones Trigonométricas



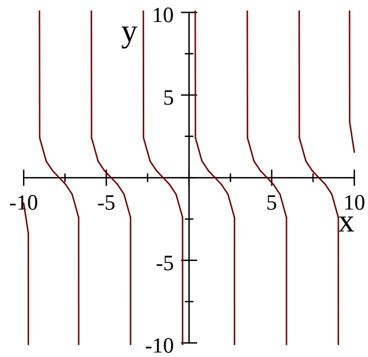
$y = \operatorname{sen} x$



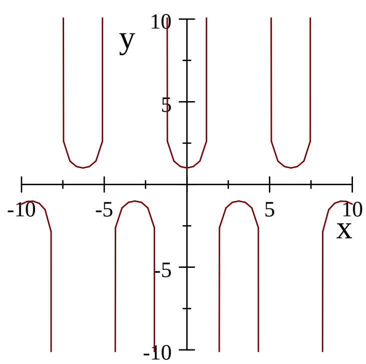
$y = \cos x$



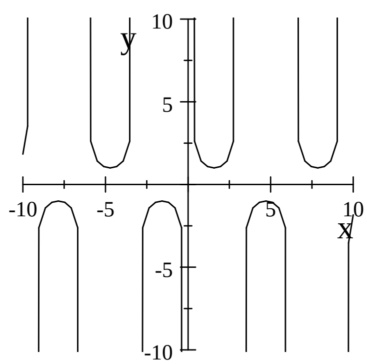
$y = \tan x$



$y = \cot x$



$y = \sec x$



$y = \csc x$

6.4 Identidades Trigonométricas

- $\operatorname{sen}^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$
- $1 + \tan^2 \varphi = \sec^2 \varphi$
- $1 + \cot^2 \varphi = \csc^2 \varphi$
- $\operatorname{sen} \varphi = \dfrac{1}{\csc \varphi}$
- $\cos \varphi = \dfrac{1}{\sec \varphi}$
- $\tan \varphi = \dfrac{1}{\cot \varphi} = \dfrac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$
- $\cot \varphi = \dfrac{1}{\tan \varphi} = \dfrac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$
- $\csc \varphi = \dfrac{1}{\sin \varphi}$
- $\sec \varphi = \dfrac{1}{\cos \varphi}$

6.5 Funciones Pares e Impares

- Una función f es par si $f(-x) = f(x)$ para todo número x en su dominio; se dice que f es impar si $f(-x) = -f(x)$ para todo x en el dominio de f. La función coseno es par, mientras que la función seno es impar.

$$\cos(-\varphi) = \cos \varphi$$
$$\operatorname{sen}(-\varphi) = -\operatorname{sen} \varphi$$

6.6 Periodicidad

Período $= 2\pi$	Período $= \pi$
$\operatorname{sen} \varphi = \operatorname{sen}(\varphi + 2\pi n)$	$\tan \varphi = \tan(\varphi + \pi n)$
$\cos \varphi = \cos(\varphi + 2\pi n)$	$\cot \varphi = \cot(\varphi + \pi n)$
$\sec \varphi = \sec(\varphi + 2\pi n)$	
$\csc \varphi = \csc(\varphi + 2\pi n)$	

6.7 Fórmulas de Adición

Fórmulas Básicas

- $\operatorname{sen}(\varphi \pm \theta) = \operatorname{sen} \varphi \cos \theta \pm \cos \varphi \operatorname{sen} \theta$
- $\cos(\varphi \pm \theta) = \cos \varphi \cos \theta \mp \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \theta$
- $\tan(\varphi \pm \theta) = \dfrac{\tan \varphi \pm \tan \theta}{1 \mp \tan \varphi \tan \theta}$

Casos Especiales

- $\operatorname{sen}\left(\varphi + \dfrac{\pi}{2}\right) = \cos \varphi; \qquad \cos\left(\varphi + \dfrac{\pi}{2}\right) = -\operatorname{sen} \varphi$
- $\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos \varphi; \qquad \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \varphi\right) = \operatorname{sen} \varphi$

6.8 Fórmulas de Ángulo Doble

- $\operatorname{sen} 2\varphi = 2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \quad ; \quad \cos 2\varphi = \cos^2 \varphi - \operatorname{sen}^2 \varphi = 2\cos^2 \varphi - 1 = 1 - 2\operatorname{sen}^2 \varphi$
- $\tan 2\varphi = \dfrac{2\tan \varphi}{1 - \tan^2 \varphi}$

6.9 Fórmulas de Ángulo Medio

- $\operatorname{sen} \dfrac{\varphi}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1 - \cos \varphi}{2}}$ (positivo si $\dfrac{\varphi}{2}$ está en el cuadrante **I** o **II**, negativo en otro caso)
- $\cos \dfrac{\varphi}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1 + \cos \varphi}{2}}$ (positivo si $\dfrac{\varphi}{2}$ está en el cuadrante **I** o **IV**, negativo en otro caso)
- $\tan \dfrac{\varphi}{2} = \dfrac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} = \dfrac{\operatorname{sen} \varphi}{1 + \cos \varphi} = \pm\sqrt{\dfrac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}}$ (positivo si $\dfrac{\varphi}{2}$ está en el cuadrante **I** o **III**, negativo en otro caso)

6.10 Ley de los Senos

Si A, B, y C son las longitudes de los lados de un triángulo y α, β, y γ son los ángulos opuestos, entonces

$$\frac{A}{\sin \alpha} = \frac{B}{\sin \beta} = \frac{C}{\sin \gamma}$$

6.11 Ley de los Cosenos

Si A, B, y C son las longitudes de los lados de un triángulo y θ es el ángulo entre A y B, entonces

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos \theta$$

7 Geometría Analítica

7.1 Distancia y Fórmula del Punto Medio

- **Distancia** entre $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- **Punto Medio** de $\overline{P_1P_2}$:

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

7.2 Ecuación de la Recta

- **Pendiente de la recta** que pasa por $P_1\,(x_1, y_1)$ y $P_2\,(x_2, y_2)$:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- **Ecuación punto-pendiente** de la recta que pasa por $P_1\,(x_1, y_1)$ con pendiente m:

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

- **Ecuación pendiente-intercepto** de la recta con y-intercepto b y pendiente m:

$$y = mx + b$$

- **Ecuación simétrica** de la recta con x-intercepto a e y-intercepto b:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

- **Ecuación general** de la recta

$$Ax + By + C = 0, \quad (A^2 + B^2 \neq 0)$$

7.3 Ecuación de la Circunferencia

- $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$, centro $C(h,k)$, radio r.
- Excentricidad $e = 0$.

7.4 Ecuación de la Parábola

- Eje focal paralelo al eje x :

$$(y-k)^2 = 4p(x-h), \quad \text{Directriz } \; x = h - p$$

- Eje focal paralelo al eje y :

$$(x-h)^2 = 4p(y-k) \quad \text{Directriz } \; y = k - p$$

- Vértice $V(h,k)$; longitud del lado recto $Lr = |4p|$; excentricidad $e = 1$.

7.5 Ecuación de la Elipse

- Eje focal paralelo al eje x :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

- Eje focal paralelo al eje y :

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

- Centro $C(h,k)$; $c^2 = a^2 - b^2$; lado recto $Lr = \dfrac{2b^2}{a}$; excentricidad $e = \dfrac{c}{a} < 1$.

7.6 Ecuación de la Hipérbola

- Eje focal paralelo al eje x :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

- Eje focal paralelo al eje y :

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} - \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

- Centro $C(h,k)$; $c^2 = a^2 + b^2$; $Lr = \dfrac{2b^2}{a}$; $e = \dfrac{c}{a} > 1$

7.7 Ecuación de Segundo Grado

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

- $AC = 0$: curva de género parabólico.
- $AC > 0$: curva de género elíptico si $A \neq C$, o circunferencia si $A = C$, o un caso extremo de la misma
- $AC < 0$: curva de género hiperbólico.

io

Estimados Estudiantes

Una vez que hemos presentado definiciones, fórmulas y propiedades relativas a los contenidos específicos de este texto, ahora usted encontrará 453 ejercicios y problemas propuestos, dispuestos en un modelo de respuestas de selección múltiple, los que deberá resolver para encontrar la respuesta correcta en cada caso.

Al concluir el apartado de ejercicios y problemas, podrá consultar las respuestas de cada uno de éstos, ordenadas en cuadros fácilmente identificables.

Le invitamos a que fortalezca su preparación académica, al resolver con dedicación, esfuerzo y disciplina dichos ejercicios y problemas.

UNIDAD DE ARITMETICA

1. La expresión $3^{11}+3^{11}+3^{11}$ equivale a:

   a) 3^{12} b) 9^{11} c) 3^{33} d) 9^{33}

2. Al número de tres dígitos $2a3$ se le suma el número 326 y da el número de tres dígitos $5b9$. Si sabemos que el número $5b9$ es divisible entre 9, entonces $a+b$ es:

   a) 2 b) 4 c) 6 d) 8

3. A una determinada cantidad le sumo el 10% de sí misma y a la cantidad así obtenida le resto su 10%. ¿Qué porcentaje de la cantidad original me queda?

   a) 90% b) 99% c) 100% d) 101%

4. Al simplificar $[(9-4)+(-10+3)]\times[(6)(-5)]\div[(-12+8)(6-9)(95-90)]$ el resultado es:

   a) 1 b) -1 c) 2 d) -2

5. ¿Cuántos divisores diferentes tiene el número 2000?

   a) 15 b) 18 c) 17 d) 20

6. Al simplificar $4(3)^2\div 6-3\sqrt{4}+2[5(7)-15\div 3]\times 4\div 12-9$. El resultado es:

   a) 19 b) -11 c) 11 d) 29

7. Simplifique $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{5}{3}\times\frac{3}{4}}{3-\frac{4}{3}\times\frac{5}{6}}\times 17-1$

   a) 7.75 b) $-7\frac{3}{4}$ c) 7 d) -7

8. ¿Cuántos números válidos (números que no tienen al cero como primer dígito) de cinco cifras se pueden escribir usando solo los dígitos $0,\ 1,\ 2,\ 3$ y 4?

   a) 5^5 b) $4\cdot 5^4$ c) $4\cdot 5^5$ d) $5!$

9. Pedro tiene 69 años y su edad excede a la de Juan en un 15%. ¿Qué edad tiene Juan?

a) 59 b) 79 c) 10 d) 60

10. En una ciudad, $\frac{2}{3}$ de los hombres están casados con los $\frac{3}{5}$ de las mujeres. Si nunca se casan con forasteros, ¿Cuál es la proporción de solteros en dicha ciudad?

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{7}{19}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{5}{12}$

11. El resultado de $\left[125^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} + 343^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}}$ es:

a) 36 b) -36 c) 6 d) -6

12. Obtenga el resultado de $(0.027)^{-\frac{1}{3}} + 256^{0.75} - 3^{-1} + (4.5)^0$

a) 67 b) -67 c) -68 d) 68

13. ¿Cuál es el valor de a en $(3a)^5 = 248832$?

a) -4 b) 4 c) 1024 d) -1024

14. Un equipo de jugadores ganó 15 juegos y perdió 5. ¿Cuál es la razón geométrica de los juegos ganados a los jugados?

a) 3 b) 10 c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{3}$

15. Si x es un número par y y es un número impar. ¿Cuál.de las siguientes afirmaciones siempre es falsa?

a) $x + y$ es impar b) $x + x$ es par c) $\frac{xy}{2}$ es impar d) $\frac{y + y}{2}$ es par

16. El mínimo común múltiplo de dos números es 105 y su máximo común divisor es 5. ¿Cuál de los siguientes números puede representar la suma de estos dos números?

a) 21 b) 25 c) 49 d) 50

17. La maestra distribuyó la misma cantidad de dulces entre cada uno de 5 niños y se quedó tres para ella misma. No se acuerda cuántos dulces tenía, pero se acuerda que era un múltiplo de 6 entre 65 y 100. ¿Cuántos dulces tenía?

a) 63 b) 78 c) 90 d) 93

18. El resultado de $\left[5-4\left(\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{2^{-1}}}{\frac{1}{2}^{-1}}\right)\right]^4$ es

a) 2 b) -2 c) 1 d) -1

19. El resultado de $\dfrac{2}{3}-\left(\dfrac{4}{5}\div\dfrac{6}{7}\right)$ es:

a) $-\dfrac{4}{15}$ b) $-\dfrac{4}{35}$ c) $-\dfrac{7}{45}$ d) $-\dfrac{2}{105}$

20. Juan gasta el 20% de sus ingresos en el pago de impuestos y 20% del resto en el pago de la mensualidad de su casa. ¿Qué porcentaje de su ingreso gasta en el pago de su casa?

a) 8 b) 10 c) 16 d) 20

21. ¿Cuánto gano o pierdo si vendo por los $\dfrac{3}{5}$ de los $\dfrac{7}{2}$ del costo de un juguete que me ha costado $C\$40.00$?

a) Gano 24 b) Pierdo 24 c) Pierdo 40 d) Gano 44

22. Cuatro personas juntaron sus ahorros para abrir un negocio aportando el 15%, 20%, 25% y 40%, respectivamente, del monto total. Si la menor de las aportaciones fue de $C\$9,000$, la mayor de las aportaciones fue de:

a) $10,500$ b) $12,000$ c) $24,000$ d) $60,000$

23. De acuerdo al Reglamento de Admisión de una universidad, el puntaje total alcanzado por un estudiante está formado por el 70% de la nota obtenida en el Examen de Admisión y el 30% de su promedio de los dos últimos años de bachillerato. Si un estudiante alcanza un puntaje total de 81 y su promedio de los dos últimos años de bachillerato es 95, ¿qué puntaje obtuvo en el examen de admisión?

a) 88 b) 84 c) 78 d) 75

24. Un grupo de amigas va de paseo y disponen de $C\$240.00$ para la compra de sus pasajes. Si compran pasajes de $C\$30.00$, les sobra dinero; pero si compran pasajes de $C\$40.00$, les falta dinero. ¿Cuántas amigas van de paseo?

a) 4 b) 7 c) 5 d) 8

25. En el parqueo de una cierta universidad, entre carros y motos hay 20 vehículos. Sabiendo que el número total de ruedas es 70. ¿Cuántos carros hay?

a) 5 b) 10 c) 15 d) 20

26. Un estudiante de una cierta universidad proveniente del interior del país gasta la cuarta parte de su "mesada" en el alquiler de una habitación, la mitad en comida, la quinta parte en materiales educativos y el resto, C$ 100.00, en recreación. ¿Cuánto es la "mesada" de este estudiante?

a) 1000 b) 2000 c) 2500 d) 3000

27. El hielo disminuye su volumen en un 9% cuando se derrite. Si se derriten $1000cc$ de hielo, ¿Cuál es el volumen del líquido que se forma?

$1000 - 1000 * 0.09 = 910.0$

a) $1090cc$ b) $1000cc$ c) $1600cc$ d) $910cc$

28. ¿Cuál de las siguientes expresiones es impar para cualquier entero n?

a) $2003n$ b) $n^2 + 2003$ c) n^3 d) $2n^2 + 2003$

29. La solución de $\left[5 - 4\left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1}{\frac{1}{2} - 1}\right)\right]$ es

a) 2 b) -2 c) 1 d) -1

30. Calcular el producto $L \times H$ sabiendo que $L = a + b + c$, $H = d + c = f + g$ siendo $a,\ b,\ c,\ d,\ f,\ g$ números naturales y que $b \times f = 91$, $a \times d = 18$, $c \times d = 16$, $b \times g = 39$

a) 310 b) 280 c) 300 d) 100

31. Al desarrollar la expresión $\left[\sqrt{\sqrt{\sqrt{625a^8}}}\right]^2$ el resultado es:

a) a^2 b) a c) $5a$ d) $5a^2$

32. El resultado de $\sqrt{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}$ es:

a) $\sqrt[3]{a}$ b) $\sqrt[4]{a^3}$ c) a d) a^3

33. Una epidemia mató los $\frac{5}{8}$ de las reses de un ganadero y luego él vendió los $\frac{2}{3}$ de las que le quedaban. Si aún tiene 216 reses, ¿Cuántas tenía al principio, cuántas murieron y cuántas vendió?

a) 1600, 950, 220 b) 1728, 1080, 432 c) 1539, 1080, 243 d) 1600, 84, 1300

34. Una gallina pone dos huevos en tres días. ¿Cuántos días se necesitan para que cuatro gallinas pongan dos docenas de huevos?

a) 7 b) 9 c) 8 d) 10

35. El $41\frac{2}{3}\%$ es equivalente a:

a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{3}{7}$

36. Halla el número cuyo 3.6 porciento vale

$$\frac{3 + 4.2 \div 0.1}{\left(1 \div 0.3 - 2\frac{1}{3}\right) \times 0.3125}$$

a) 2000 b) 4000 c) 6000 d) 8000

37. Al realizar la operación $\left(4.62 \times 10^{-2}\right) \div \left(2.2 \times 10^{-4}\right)$ se obtiene el número

a) 2100 b) 2.1 c) 21 d) 210

38. Un albañil y su ayudante pueden hacer una obra en 24 días. Después de 4 días de trabajo, el ayudante se retira y el albañil termina lo que falta en 30 días. El número de días que podría hacer la obra el ayudante trabajando solo es:

a) 18 b) 32 c) 56 d) 72

39. Al simplificar la expresión $\dfrac{2^1 + 2^0 + 2^{-1}}{2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4}}$ se obtiene:

a) 2 b) 8 c) 10 d) 24

40. Se va a tender una línea eléctrica de $35.75km$ de longitud con postes separados entre sí por una distancia de $125m$. Si el primer poste se coloca al inicio de la línea, y el último al final ¿cuántos postes serán necesarios en total?

a) 180 b) 320 c) 560 d) 287

41. La operación $*$ está definida por $a * b = 2ab - 3b$ en la que a y b son números enteros. ¿Cuál es el resultado de $[4 * (-1)] * (-3)$?

a) 0 b) 21 c) 26 d) 39

42. ¿Cuál es la diferencia entre el 50% de 50 y el 20% de 20?

a) 10 b) 21 c) 26 d) 39

43. En la sustracción $a - b = c$, la suma del minuendo, el sustraendo y la diferencia es 32. ¿Cuál es el valor del minuendo?

a) 16 b) 12 c) 61 d) 99

44. El resultado de la operación $\dfrac{\dfrac{2-\frac{2}{5}}{\frac{4}{5}} + \dfrac{3-\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}}}{\dfrac{4-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} + \dfrac{5-\frac{1}{5}}{24}} \times \left(\dfrac{7}{20} \times \dfrac{11}{2}\right)$ es:

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{3}{4}$ c) 1 d) $\frac{1}{3}$

45. El valor numérico de la expresión $\dfrac{4^2 - (3-2)^2}{(-6+1)^2}$ es:

a) $-\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{10}$ c) -1 d) $\frac{3}{5}$

46. Si A comió $\frac{1}{4}$ de un queque, B comió $\frac{1}{3}$ de lo que quedó después que A comió; C comió $\frac{1}{2}$ de lo que quedó después que A y B comieron ¿Qué parte del queque quedó?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{1}{24}$

47. Con los $\frac{2}{7}$ del dinero que tenía, Mara compró gaseosas para festejar su cumpleaños. Con los $\frac{3}{5}$ del dinero que le sobró compró hamburguesas. Al final Mara se quedó con $C\$100.00$. ¿Cuánto gastó Mara en hamburguesas?

a) 160 b) 150 c) 120 d) 90

48. En una fábrica 60% de los artículos son producidos por una máquina A y el resto por otra máquina B. Si 3% de los artículos producidos por la máquina A y 8% de los producidos por la máquina B resultaron defectuosos ¿cuál es el porcentaje de artículos defectuosos producidos en toda la fábrica.

a) 6 b) 2 c) 5 d) 9

49. La última vez que llené el tanque de gasolina, mi automóvil había recorrido $47,286km$. Ahora que acabo de llenarlo, la bomba marcó 22 litros y el cuentakilómetros marcaba $47,506$ km recorridos. Si el litro de gasolina cuesta $C\$20$. ¿Cuánto me cuesta en promedio recorrer un kilómetro?

a) 6 b) 11 c) 2 d) 5

50. Un frasco contiene 12 onzas de una solución cuya composición es una parte de ácido por cada 2 partes de agua. Se agrega a otro frasco que contiene 8 onzas de una solución que contiene 1 parte de ácido por cada 3 partes de agua. ¿Cuál es la razón entre el ácido y el agua de la solución obtenida?

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) 6 d) $\frac{3}{7}$

51. Por un préstamo de $20,000$ pesos se paga al cabo de un año $22,400$ pesos. ¿Cuál es la tasa de interés cobrada?

a) 11 b) 21 c) 10 d) 12

52. Si un número N se divide entre 4, se obtiene 9 de cociente y 1 de residuo. Si N se divide entre M, se obtiene 5 de cociente y 2 de residuo. ¿Cuál es el valor de M?

a) 5 b) 7 c) 6 d) 9

53. Un contratista compró 4000 piedras y las vendió por 8,800 córdobas. ¿Cuánto pagó él por cada piedra si ganó, en relación a lo que pagó, un porcentaje igual a 5 veces el número de córdobas que a él le costó cada piedra?

a) 6 b) 2 c) 5 d) 9

54. El valor de la expresión $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-2)^2}{(-2)^3}$ es:

a) -2 b) 2 c) 1 d) -1

55. Calcular a cuánto asciende el interés simple producido por un capital de 25 000 córdobas invertido durante 4 años a una tasa del 6 % anual.

a) $8,000$ b) $2,000$ c) $6,000$ d) $9,000$

56. En el año 1982 la edad de la tierra era de 1.3×10^{17} segundos y la de la pirámide de Keops, 1.5×10^{11} segundos. La diferencia de edad entre la tierra y la pirámide en notación científica es:

a) 1.2999985×10^{11} b) 1.2999985×10^{17} c) $1.2999985 \times 10^{-11}$ d) $1.2999985 \times 10^{-17}$

57. La luz recorre aproximadamente $3 \times 10^5 km$ por segundo. ¿Cuántos metros recorrerá en 365 días? El resultado en notación científica es:

a) $9.4608 \times 10^{10} m$ b) $9.4608 \times 10^{12} m$ c) $9.4608 \times 10^{-15} m$ d) $9.4608 \times 10^{15} m$

58. La velocidad de la luz es aproximadamente de $3 \times 10^5 km/seg$. La estrella más cercana a la tierra está a 4300 años luz de distancia. La distancia en km y escrita en notación científica es:

a) $4.068 \times 10^{16} km$ b) $4.068 \times 10^{-16} km$ c) $4.068 \times 10^{12} km$ d) $4.068 \times 10^{-12} km$

59. ¿Qué altura tendría una pila de $1,000,000$ de hojas de cuaderno si se necesitan 10 hojas para tener $1mm$?

a) $10^3 mm$ b) $10^6 mm$ c) $10^5 mm$ d) $10^2 mm$

60. ¿Cuántos rieles de $15m$ se necesitan para enlazar a una fábrica con la estación que dista $765m$?

a) 95 b) 85 c) 51 d) 10

61. ¿Cuántos alfileres de $3.5cm$ de largo pueden fabricarse con un alambre de latón de $152.07m$, sabiendo que hay una pérdida de $2mm$ de alambre por alfiler?

a) 466 b) 413 c) 411 d) 510

62. Para ir a clase, Pedro tiene que andar por término medio $1,520$ pasos de $62cm$. ¿Cuántos km habrá recorrido durante un año escolar de 210 días si va al colegio y vuelve a su casa?

a) 395.8 km b) 161.6 km c) 295.8 km d) 495.8 km

63. Se ha necesitado $54,000$ losetas para pavimentar los $2,430\ m^2$ que miden las aceras de una calle. ¿Cuál es en mm^2 la superficie de una loseta?

a) $30,000\ mm^2$ b) $35,000\ mm^2$ c) $45,000\ mm^2$ d) $50,000\ mm^2$

64. Si el m^2 de un terreno vale 2 dolar, ¿Cuántos dólares vale comprar un campo de 7 Ha?

a) $120,000$ b) $125,000$ c) $145,000$ d) $140,000$

65. La isla mayor de la Tierra es Groenlandia y mide $2,180,000\ km^2$ y una de las más pequeñas es Cabrera, con 2000 Ha. ¿Cuántas veces cabe Cabrera en Groenlandia?

a) $10,900$ b) $12,000$ c) $45,000$ d) $14,000$

66. Una tinaja que contiene $0,4\ m^3$ de aceite ha costado 800 euros ¿a cuántos euros resulta el litro?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

67. Un caramelo tiene un volumen de $1,3\ cm^3$. ¿Cuántos caramelos caben en una caja de $0,4498\ dm^3$?

a) 116 b) 216 c) 346 d) 416

68. Los trozos cúbicos de jabón de 5 cm de arista se envían en cajas cúbicas de 60 cm de arista. ¿Cuántos trozos puede contener la caja?

a) $1,260$ b) $2,000$ c) $1,728$ d) $4,345$

69. ¿Cuántas botellas de 750 cm^3 se necesitan para envasar 300 litros de refresco.

a) 400 b) 300 c) 500 d) 600

70. La capacidad de un depósito de gasolina es 1500 litros. ¿Cuál es su volumen en cm^3?

a) $100,000cm^3$ b) $150,000cm^3$ c) $200,000cm^3$ d) $300,000cm^3$

71. Un camión transporta 50 cajas con botellas llenas de agua. Cada caja contiene 20 botellas de litro y medio. Una caja vacía pesa 1500 g, y una botella vacía, 50 g. ¿Cuál es el peso total de la carga?

a) $1525kg$ b) $1620kg$ c) $1625kg$ d) $1605kg$

72. Si para construir un muro necesito 2 toneladas de cemento, ¿cuántos sacos de 25 kilos de cemento tendré que comprar?

a) 25 b) 20 c) 60 d) 80

73. Un barco transporta 2800 toneladas de mercancía. ¿Cuántos vagones harán falta para transportar esa mercancía si cada vagón carga 1400 kg?

a) 1500 b) 2500 c) 2000 d) 1600

74. La temperatura del cuerpo humano es 37°C. ¿A cuántos grados Fahrenheit equivalen?

a) 98.6 F b) 78.6 F c) 68.6 F d) 88.6 F

75. Para asar un pollo se necesita que el horno de la cocina alcance una temperatura de $374°F$. ¿A qué temperatura debo fijar el graduador para asar el pollo, si la graduación está en grados centígrados (°C)?

a) $190°C$ b) $200°C$ c) $180°C$ d) $150°C$

UNIDAD DE ALGEBRA

1. Dado el polinomio lineal $f(x) = x - \frac{1}{2}$, la suma $f(x) + f(x + \frac{1}{4}) + f(x + \frac{2}{4}) + f(x + \frac{3}{4})$ es igual a:

   a) $4x$ b) $4x + 1$ c) $4x + \frac{1}{2}$ d) $4x - \frac{1}{2}$

2. Si $x + y = 1$ y $xy = 1$, ¿cuál será el valor de $x^3 + y^3$?

   a) -1 b) -2 c) -3 d) -4

3. Si $a = -1$, $b = 3$, $c = 5$, entonces $\dfrac{a + b - |a - b|}{|a| + |b| + |c|}$ es igual a:

   a) $-\frac{1}{9}$ b) 1 c) $\frac{1}{9}$ d) $-\frac{2}{9}$

4. El valor numérico de la expresión $\dfrac{a^2\left(a + b^2\right)\left(a^3 - b^3\right)\left(a^2 - b\right)}{\left(a^2 + b^2\right)\left(2a - 3b^2\right)}$ para $a = 1$ y $b = -2$ es:

   a) $\frac{27}{10}$ b) $-\frac{27}{10}$ c) $\frac{18}{35}$ d) $\frac{15}{17}$

5. Las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ serán recíprocas si:

   a) $a = b$ b) $a = bc$ c) $c = a$ d) $c = b$

6. El resultado de $(b^n - 5y^m)(5y^m + b^n)$ es:

   a) $b^2 + 25y^2$ b) $b^2 - 25y^m$ c) $b^{2n} + 25y^{2m}$ d) $b^{2n} - 25y^{2m}$

7. La descomposición en factores de la expresión $3x^2 - 2x - 8$ es:

   a) $(3x + 4)(x + 2)$ b) $(3x + 4)(x - 2)$ c) $(3x - 4)(x - 2)$ d) $(3x - 4)(x + 2)$

8. La descomposición en factores de la expresión $x^3 - 64y^3$ es

   a) $(x - 4y)$ b) $\left(4xy + x^2 + 16y^2\right)$ c) $(x + 4y)\left(4xy + x^2 + 16y^2\right)$ d) $(x - 4y)\left(4xy + x^2 + 16y^2\right)$

9. La simplificación de $\dfrac{a^2 - 4b^2}{ab + 2b^2} \div \dfrac{3a^2 - 5ab - 2b^2}{3a^2 + ab}$ es

   a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{a^2}{b}$ c) $\frac{a}{b^2}$ d) $\frac{a - b}{b}$

10. Al simplificar la expresión $\dfrac{\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{\sqrt{a}}}{\dfrac{1}{\sqrt{a}}+\dfrac{1}{a}}$ se obtiene

a) $\dfrac{\left(1+\sqrt{a}\right)^2}{1-a}$ b) $\dfrac{\left(1-\sqrt{a}\right)^2}{1+a}$ c) $\dfrac{\left(1-\sqrt{a}\right)^2}{1-a}$ d) $\dfrac{\left(1+\sqrt{a}\right)^2}{1+a}$

11. El resultado de la siguiente operación $\dfrac{1}{x-1}+\left(\dfrac{12x^2-4x}{4x^2-11x-3}\div\dfrac{3x^2+8x-3}{x^2-9}\right)$ es

a) $\dfrac{4x^2+1}{(4x+1)(x-1)}$ b) $\dfrac{4x^2-1}{(4x+1)(x-1)}$ c) $\dfrac{4x^2+1}{(4x-1)(x-1)}$ d) $\dfrac{4x^2+1}{(4x+1)(x+1)}$

12. Al desarrollar $\left(\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}\right)^2$ se obtiene

a) $\dfrac{x^4+2x^2y^2+y^4}{x^2y^2}$ b) $\dfrac{x^4-2x^2y^2-y^4}{x^2y^2}$ c) $\dfrac{x^4-2x^2y^2+y^4}{x^2y^2}$ d) $\dfrac{x^4-x^2y^2+y^4}{x^2y^2}$

13. Al racionalizar el denominador de la fracción $\dfrac{x-2}{3+\sqrt{2x+5}}$ se obtiene

a) $\dfrac{\sqrt{2x+5}-3}{4}$ b) $\dfrac{\sqrt{2x+5}+3}{2}$ c) $\dfrac{\sqrt{2x-5}-3}{2}$ d) $\dfrac{\sqrt{2x+5}-3}{2}$

14. El conjunto solución de la ecuación $\dfrac{3x}{x-5}=1+\dfrac{15}{x-5}$ es

a) -5 b) 15 c) 5 d) -15

15. El valor de k que proporciona sólo una solución real de la ecuación $x^2+kx+k=-2-3x$ es:

a) 5 b) 1 c) 0 d) -1

16. Al resolver el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{l}\dfrac{2}{3x+y}+\dfrac{4}{3x-y}=3\\ \dfrac{2}{3x+y}-\dfrac{4}{3x-y}=1\end{array}\right.$, se obtiene que el valor de la variable y es:

a) $-\dfrac{3}{2}$ b) $\dfrac{3}{2}$ c) $-\dfrac{8}{7}$ d) $-\dfrac{7}{8}$

17. Al efectuar $\dfrac{x^2-4}{(x-2)^2}+\dfrac{(x+2)^2}{x^2-4}$ se obtiene :

a) $-\dfrac{2(x+2)}{x-2}$ b) $\dfrac{2(x+2)}{x+2}$ c) $\dfrac{2(x+2)}{x-2}$ d) $\dfrac{2(x-2)}{x+2}$

18. Al resolver la ecuación $\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{2x-1}{x+1}=4$ se obtiene que la diferencia entre la mayor y la menor de las raíces es :

a) -5 b) 5 c) 1 d) -1

19. Al resolver el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \left(\sqrt{2x}+\sqrt{3y}\right)^2 = 5+2\sqrt{6xy} \\ 2x-3y=1 \end{cases}$, se obtiene que el valor de la variable y es:

a) $-\dfrac{2}{3}$ b) $\dfrac{3}{2}$ c) $\dfrac{2}{3}$ d) $-\dfrac{7}{8}$

20. El conjunto solución de la desigualdad $x^3+x^2-2x>0$ es :

a) $(-2,1)\cup(1,+\infty)$ b) $[-2,0)\cup(1,+\infty)$ c) $(-2,0)\cup[1,+\infty)$ d) $(-2,0)\cup(1,+\infty)$

21. El valor de k de manera que la ecuación $2x^2+kx+4=0$ tenga una raíz igual a -3 es:

a) $-\dfrac{12}{13}$ b) $\dfrac{12}{13}$ c) $\dfrac{22}{3}$ d) $-\dfrac{22}{3}$

22. El conjunto solución de la desigualdad $|x+\dfrac{2}{3}|\leq 2$ es

a) $-\dfrac{8}{3}\leq x\leq\dfrac{4}{3}$ b) $-\dfrac{8}{3}<x\leq\dfrac{4}{3}$ c) $-\dfrac{8}{3}<x<\dfrac{4}{3}$ d) $-\dfrac{8}{3}\leq x<\dfrac{4}{3}$

23. El conjunto solución de la desigualdad $1\leq\dfrac{7-x}{2}\leq 3$ es

a) $[1,5]$ b) $[-1,5]$ c) $[-1,0]$ d) $[1,2]$

24. El conjunto solución de la desigualdad $|5-2x|<7$, está dado por el intervalo

a) $(-1,0)$ b) $(1,6)$ c) $(-1,6)$ d) $(-1,2)$

25. El conjunto solución de la desigualdad $\dfrac{(x+10)\,(x-2)}{x^2-7x-8}\leq 0$ es

a) $[-10,1)\cup[2,8)$ b) $[-10,0)\cup[2,8)$ c) $[-10,-1)\cup[3,8)$ d) $[-10,-1)\cup[2,8)$

26. El conjunto solución de la ecuación $\sqrt{2x+3}-\sqrt{x-2}=2$ es

a) $\{-3,11\}$ b) $\{3,11\}$ c) $\{3,-11\}$ d) $\{-3,-11\}$

27. Si $|2x-1|>3$, el valor de x que no pertenece al conjunto solución es

a) -3 b) 3 c) 1 d) -1

28. Si $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=3$ entonces $x^3+\dfrac{1}{x^3}$ es igual a:

a) 2 b) -1 c) 0 d) 1

29. El conjunto solución de $3x+|x|=-8$ es

a) -2 b) -1 c) -4 d) 1

30. Al factorizar la expresión $-12x^3+36x^2-27x$ uno de los factores es:

a) -2 b) $(2x-3)^2$ c) $-5x^2$ d) $(2x+3)^2$

31. El resultado simplificado de $\dfrac{3y}{2}\sqrt[4]{8x^3y^7}\dfrac{1}{3x}\sqrt[4]{8x^2y^3}$, es:

a) $y^3\sqrt[4]{4xy^2}$ b) $y^2\sqrt[4]{4xy^2}$ c) $y^3\sqrt[3]{4xy^2}$ d) $y^3\sqrt[4]{4xy}$

32. Si $x,\ y,\ z$, son números positivos que satisfacen $x+\dfrac{1}{y}=4$, $y+\dfrac{1}{z}=1$, $z+\dfrac{1}{x}=\dfrac{7}{3}$ entonces el valor de xyz es:

a) -1 b) -2 c) 1 d) 2

33. Si $n>1$, entonces $\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n\sqrt[3]{n}}}$ es igual a:

a) $n^{1/27}$ b) $n^{13/21}$ c) $n^{13/27}$ d) $n^{131/127}$

34. La expresión $\sqrt[n^2]{a.a^{3^3}.a^{5^3}....a^{(2n-1)^3}}$es igual a:

a) a^{2n^2} b) a^{2n^2-1} c) a^{n^2-1} d) a^{2n^2+1}

35. Si $(x+y)^2=2\left(x^2+y^2\right)$ el valor de $E=\dfrac{3x^3-y^3}{x^2y}+\dfrac{3x+y}{5x}+\dfrac{6y}{2x+y}$ será:

a) 3 b) 2 c) 5 d) 6

36. Si el polinomio $P\left(x\right)=x^4+ax^3-bx^2+cx-1$ es divisible por $\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x-1\right)$, el valor de $(a+b+c)^2$ es:

a) 8 b) 64 c) 27 d) 1

37. Sabiendo que $x+\dfrac{1}{x}=3$,al determinar el valor de $E=x^3+x^2+\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^2}$obtenemos:

a) 34 b) 36 c) 25 d) 18

38. Si el cociente notable $\dfrac{x^{30}-y^m}{x^n-y^2}$ tiene 10 términos, entonces el valor de $(m+n)$ es:

a) 23 b) 25 c) 35 d) 50

39. Si $2^{64}=a^a$ y $\left(\sqrt{3}\right)^{54}=(3b)^b$, al determinar el valor de $3a+b$ se obtiene:

a) 66 b) 48 c) 99 d) 44

40. Si $(2a+b)^{-c}=\dfrac{1}{5}$, entonces el valor de $\left(b^2+4ab+4a^2\right)^c$ es:

a) 25 b) 125 c) $\dfrac{1}{25}$ d) $\dfrac{1}{125}$

41. Sabiendo que $a+b+c=0, ab+ac+bc=-7$ y $abc=-6$ entonces el valor de $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}$es:

a) $\dfrac{18}{36}$ b) $\dfrac{29}{36}$ c) $\dfrac{49}{36}$ d) $\dfrac{7}{36}$

42. Al simplificar la expresión $A=\dfrac{x^2}{(x-y)(x-z)}-\dfrac{y^2}{(y-z)(y-x)}+\dfrac{z^2}{(z-x)(z-y)}$ el resultado es:

a) 1 b) $x-y$ c) x^2-y^2 d) -1

43. El conjunto solucion de la ecuación $\dfrac{x^2-6x+10}{x^2+8x+17}=\left(\dfrac{x-3}{x+4}\right)^2$, es:

a) -1 b) $-\dfrac{1}{2}$ c) 1 d) $\dfrac{1}{2}$

44. Un barril contiene 120 litros de alcohol y 180 litros de agua;un segundo barril contiene 90 litros de alcohol y 30 litros de agua¿ Cuántos litros debe tomarse de cada uno de los barriles para formar una mezcla homogénea que contenga 70 litros de agua y 70 litros de alcohol.

a) 100 y 40 b) 80 y 60 c) 90 y 50 d) 110 y 30

45. La hierba crece en todo el prado de la hacienda "el Meymo" con igual rapidez y espesura.Se sabe que 70 vacas se la comerían en 24 días y 30 en 60 días ¿ Cuántas vacas se comerían toda la hierba en 96 días?

a) 10 b) 20 c) 8 d) 12

46. En un gallinero había cierto número de gallinas , se duplicó el número y se vendio 27 quedando menos de 54. después se triplicó el número de gallinas que habia al principio y se vendió 78, quedando más de 39,¿Cuántas gallinas habia al principio?

a) 40 b) 48 c) 50 d) 47

47. Un grupo de abejas cuyo número era igual a la raiz cuadrada de la mitad de todo su enjambre se poso sobre un jazmin, habiendo dejado muy atras a $\frac{8}{9}$ de su enjambre, sólo una abeja del mismo enjambre revoloteaba en torno a una flor de sacuanjoche, atraida por el zumbido de una de sus amigas que cayó imprudentemente en la trampa de dulce fragancia.¿cuántas abejas formaban el enjambre?

a) 61 b) 58 c) 67 d) 72

48. Si $x^4 - y^4 = z^3$ y $x^2 + y^2 = 8$, entonces $\frac{z^3}{8}$ es igual a:

a) $(x+y)(y-x)$ b) $(x+y)(x-y)$ c) $(x-y)^2$ d) $(x+y)^2$

49. Al simplificar $\left(\frac{x^{-2/3}y^{-4/3}z^{-4}}{x^{-1/3}y^{2/3}z^{-7/3}}\right)^{-3}$ resulta

a) xy^6z^4 b) xy^3z^5 c) xy^6z^5 d) $x^2y^6z^5$

50. Si $2x^3 + x^2 + px + 2p^2$ es divisible entre $x+1$, siendo p un número real, entonces el valor de p es:

a) $-\frac{5}{2}$ b) $-\frac{3}{2}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{3}{2}$

51. El conjunto solución de la desigualdad $\frac{3}{2x+3} < \frac{1}{x-2}$ es

a) $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$ b) $(2,9)$ c) $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (2,9)$ d) $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cap (2,9)$

52. Dos enteros $a > 1$ y $b > 1$ satisfacen $a^b + b^a = 57$. Determinar la suma $a + b$

a) 4 b) 6 c) 5 d) 7

53. Si $x + y = 1$ y $xy = 1$, ¿cuál será el valor de $x^3 + y^3$?

a) -2 b) -3 c) 5 d) 2

54. El polinomio $p(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ se anula en 1, luego $p(x)$ es divisible por:

a) $x-4$ b) $x-3$ c) $x-2$ d) $x-1$

55. La suma de dos números es 666 y si se divide el mayor entre el menor el cociente es 5 y el residuo 78. Dichos números son:

a) $\{548, 98\}$ b) $\{568, 98\}$ c) $\{558, 98\}$ d) $\{538, 98\}$

56. Si suponemos que el cociente intelectual de Einstein era 170 y si éste se calcula al dividir la edad mental por la edad cronológica multiplicado por 100, la edad mental de Einstein cuando publicó en 1905 su teoría sobre el efecto fotoeléctrico era:

a) 44.2 b) 45.2 c) 47.2 d) 49.2

57. Mi hijo es ahora tres veces más joven que yo, pero hace cinco años era cuatro veces más joven. ¿Cuántos años tiene el hijo?

a) 10 b) 5 c) 25 d) 15

58. Un grupo de amigos fue a tomar unos refrescos y unas empanadas, y lo pusieron todo en una cuenta que ascendió a 36 córdobas. Todos iban a pagar por igual, pero tres de ellos se habían ido, por lo que a cada uno le tocó pagar 1 córdobas más. ¿Cuántas personas conformaban el grupo original?

a) 5 b) 10 c) 15 d) 12

59. Un hombre entró en la cárcel para cumplir una condena. Para que su castigo fuera más duro no le dijeron cuanto tiempo tendría que estar allí dentro. Pero el carcelero era un tipo muy decente y el preso le había caído bien.

Preso: ¡Vamos!. ¿puedes darme una pequeña pista sobre el tiempo que tendré que estar en este lugar?

Carcelero: ¿Cuántos años tienes?

Preso: Veinticinco.

Carcelero: Yo tengo cincuenta y cuatro. Dime, ¿qué día naciste?

Preso: Hoy es mi cumpleaños.

Carcelero: Increíble. ¡También es el mío!. Bueno, por si te sirve de ayuda te diré (no es que deba, pero lo haré) que el día que yo sea exactamente el doble de viejo que tú, ese día saldrás. ¿Cuánto tiempo dura la condena del preso?

a) 3 b) 4 c) 6 d) 8

60. El producto de tres enteros positivos consecutivos es 3360 y su suma es 45. ¿Cuál es el mayor de esos tres números?

a) 27 b) 16 c) 15 d) 18

61. Un autobús comienza su trayecto con un cierto número de pasajeros. En la primera parada descienden 1/3 de los pasajeros y suben 8. En la segunda parada descienden 1/2 de los pasajeros que quedan y suben 2 nuevos. En este momento, el autobús lleva la mitad del número de pasajeros de los que llevaba al principio del trayecto. ¿Cuántos pasajeros había al principio?

a) 18 b) 36 c) 30 d) 28

62. Hallar tres números sabiendo que el segundo es mayor que el primero en la misma cantidad que el tercero es mayor que el segundo, que el producto de los dos menores es 85 y que el producto de los dos mayores es 115.

a) $\frac{23}{2}, 10, \frac{17}{2}$ b) $\frac{23}{2}, 15, \frac{17}{2}$ c) $\frac{3}{2}, 10, \frac{1}{2}$ d) $\frac{23}{2}, 1, \frac{17}{2}$

63. Daniel y Arturo, dos viejos amigos, vuelven a encontrarse en la calle al cabo de algunos años. Después de saludarse,

Daniel : ¿Cuántos hijos tienes?

Arturo : Tres hijos.

Daniel : ¿Qué edades tienen?

Arturo : Tú mismo lo vas a averiguar. El producto de sus edades es 36. Daniel, después de pensar durante algún tiempo, le dice a Arturo que necesita más datos.

Arturo : En efecto, la suma de sus edades es igual al número de la casa que tenemos enfrente. Daniel mira el número de la casa que le indica Arturo y quedándose pensativo durante un par de minutos. - ¡No es posible! - responde, con lo que me has dicho no puedo conocer las edades de tus hijos. Me falta un dato más.

Arturo : Perdona Daniel, olvidé decirte que mi hija la mayor toca el piano.

Daniel: En ese caso, ya sé sus edades. ¿Qué edades tienen los hijos de Arturo?

a) $6, 6, 1$ b) $9, 2, 2$ c) $6, 3, 2$ d) $9, 4, 1$

64. Un ciclista calcula que si avanza a 10 $km/hora$ llegará a su destino a la $1p.m.$, y si avanza a 15 $km/hora$ llegará a su destino a las $11a.m.$ ¿a qué velocidad, en $km/hora$, tiene que avanzar para llegar a las $12m.$?

a) 8 b) 6 c) 18 d) 12

65. Un camino puede recorrerse en "t" horas con una cierta velocidad en km/hr. El mismo camino se puede hacer en una hora menos aumentando en un kilómetro por hora la velocidad. Hallar la longitud del camino en km.

a) t b) $t^3 - t$ c) $t^2 - 1$ d) $t^2 - t$

66. De un depósito de 100 litros de capacidad, lleno de alcohol puro, se saca una cierta cantidad de alcohol y se le reemplaza por agua. Se saca después la misma cantidad de mezcla y se reemplaza por agua, quedando ésta última mezcla con un 49% de alcohol. Determinar la cantidad de líquido que se ha sacado cada vez.

a) 30 b) 15 c) 25 d) 35

67. La suma de tres números es 21. El cociente de dos de ellos es 2.5 y la suma de estos dividida entre el tercero da como cociente 2. ¿Cuál es el menor de los tres números?

a) 5 b) 6 c) 4 d) 3

68. Un padre actualmente tiene el triple de la edad de su hijo; si hace 6 años la edad del padre era el quíntuple de la edad de su hijo. Señale la suma de cifras de edad del padre.

a) 8 b) 6 c) 10 d) 9

69. Dos tuberías abiertas simultáneamente llenan un depósito en 1 hora 12 minutos. Si una de ellas tarda 1 hora más que la otra, en llenar el mismo depósito ¿en qué tiempo lo llenará la tubería de mayor caudal?

a) 3 b) 1 c) 2 d) 4

70. Un albañil y su ayudante pueden hacer una obra en 24 días. Después de 4 días de trabajo, el ayudante se retira y el albañil termina lo que falta del trabajo en 30 días. ¿En cuántos días podría hacer el trabajo el ayudante trabajando solo?

a) 72 b) 24 c) 80 d) 100

71. En Navidad, en cierta empresa todos los empleados se ofrecen regalos. En esta ocasión las mujeres se han dado mutuamente un regalo, pero los hombres lo han repartido: la mitad han dado un regalo a sus compañeros y la otra mitad lo han ofrecido a cada una de sus compañeras. Sabemos que el doble del número de mujeres excede en 6 al número de hombres. Si en total se han dado 318 regalos, ¿cuántos empleados tiene la empresa?

a) 37 b) 16 c) 11 d) 27

72. Determinar un entero positivo con los datos siguientes: si se añade un 5 a la derecha el número resultante es divisible exactamente por un número que sobrepasa en 3 el buscado, siendo el cociente igual al divisor menos 16.

a) 32 b) 12 c) 22 d) 44

73. Hallar un número de dos cifras sabiendo que el número de unidades excede en dos el número de decenas y que el producto del número deseado por la suma de sus dígitos es 144.

a) 13 b) 24 c) 32 d) 14

74. Si n es un entero positivo, la igualdad $\left(m^4 - km^2n + n^2\right)^n = \left(m^2 - n\right)^{2n}$ se cumple si k toma el valor:

a) 2 b) -2 c) 4 d) -4

75. Un factor de $5t - 12 + 2t^2$ es $t + 4$ y el otro es:

a) $t + 4$ b) $2t - 3$ c) $3 - 2t$ d) $2t + 3$

76. Si el producto de los monomios $x^{2n}y^n$ y $x^m y$ es igual a $x^{-2}y^3$, entonces los valores de m y n son respectivamente:

a) $m = 6, n = -2$ b) $m = -6, n = 2$ c) $m = -5, n = 2$ d) $m = -6, n = 4$

77. Supongamos que x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0; \ (a \neq 0)$$

la expresión

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$$

expresada en función de las raíces, es igual a:

a) $\dfrac{a^2}{b^2 + 4ac}$ b) $\dfrac{a^2}{b^2 - 4ac}$ c) $\dfrac{b^2 - 4ac}{c^2}$ d) $\dfrac{b^2 - ac}{a^2}$

78. La raíz quinta de la raíz cuarta de la raíz cuadrada de la raíz cuadrada de $(a^2 + b^2)$ es igual a:

a) $(a^2 + b^2)^{\frac{5}{8}}$ b) $(a^2 + b^2)^{\frac{3}{8}}$ c) $(a^2 + b^2)^{\frac{1}{80}}$ d) $(a^2 + b^2)^{\frac{7}{8}}$

79. El sistema

$$\begin{cases} kx + y = 1 \\ x + ky = 2 \end{cases}$$

tiene solución única si:

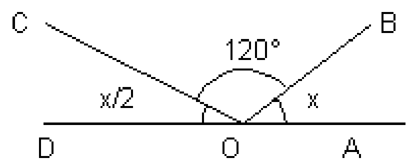
a) $k = 1$ b) $k = -1$ c) $k = 1 \ \ y \ k = -1$ d) $k \neq 1, -1$

80. La suma de las cuatro raíces de las ecuaciones $ax^2 + bx + c = 0$ y $ax^2 - bx + c = 0$, con $a \neq 0 \ y \ b^2 - 4ac > 0$ es igual a:

a) $-b$ b) c c) 0 d) a

UNIDAD DE GEOMETRIA EUCLIDIANA

1. En la figura, el $\measuredangle COB = 120^o$ y el $\measuredangle COD$ mide la mitad del ángulo BOA. Entonces, la medida del $\measuredangle$BOA es:

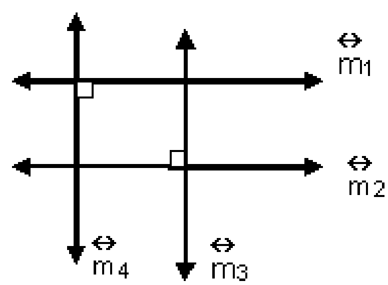


a) 20^o b) 30^o c) 40^o d) 60^o

2. Si dos planos diferentes se intersecan, su intersección es:

a) Un punto b) Dos puntos c) Una única recta d) Dos rectas diferentes

3. . En la figura, $\overleftrightarrow{m_1} \perp \overleftrightarrow{m_4}$, $\overleftrightarrow{m_2} \perp \overleftrightarrow{m_3}$¿cuál de las siguientes expresiones es siempre verdadera?

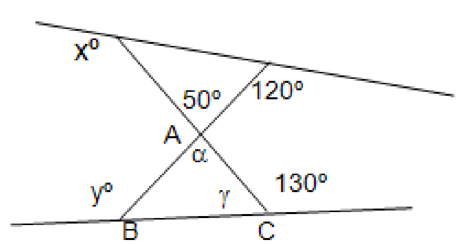


a) $\overleftrightarrow{m_1} \parallel \overleftrightarrow{m_2}$ b) $\overleftrightarrow{m_1} \perp \overleftrightarrow{m_3}$ c) $\overleftrightarrow{m_3} \parallel \overleftrightarrow{m_4}$ d) NDLA

4. R, S y T son tres puntos colineales como se muestran en la figura. Si $ST = 4x + 4$ y RS es la mitad de ST, entonces la longitud de RT es:

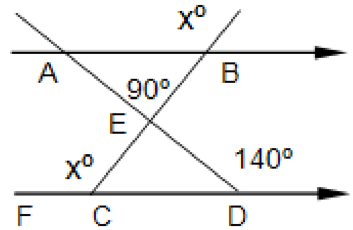
a) $3x - 4$ b) $3x - 6$ c) $3x + 2$ d) $6x + 6$

5. A partir de la información indicada en la figura, el valor de Y es:



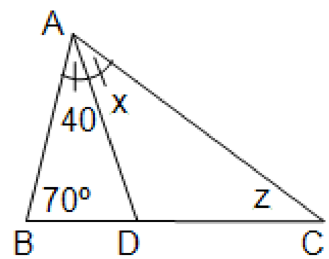
a) 170^o b) 130^o c) 120^o d) 100^o

6. En la figura, si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, el valor de X es:



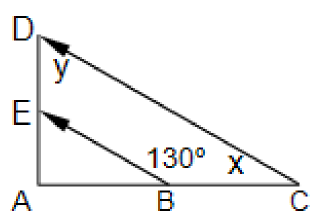
a) 50^o b) 70^o c) 130^o d) 140^o

7. A partir de la información brindada en la figura, el valor de Z resulta:



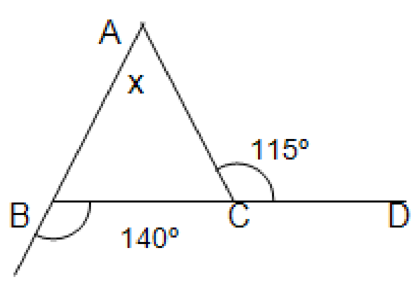
a) 30^o b) 40^o c) 70^o d) 80^o

8. En la figura, $\overline{AD} \perp \overline{AC}, \overline{EB} \parallel \overline{DC}$,entonces el valor de Y es:



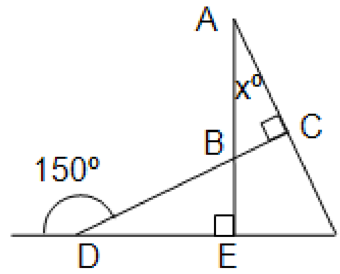
a) 30^o b) 40^o c) 45^o d) 50^o

9. En la figura el valor de X es



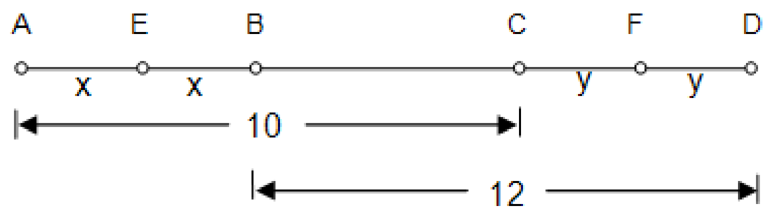
a) 25^o b) 40^o c) 75^o d) 65^o

10. En la figura el valor de X es:



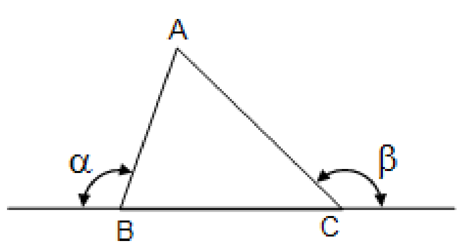
a) 30^o b) 40^o c) 45^o d) 50^o

11. $A-B-C-D$, E y F son puntos medios de AB y CD respectivamente; Si $AC=10$ y $BD=12$, entonces $EF=$?



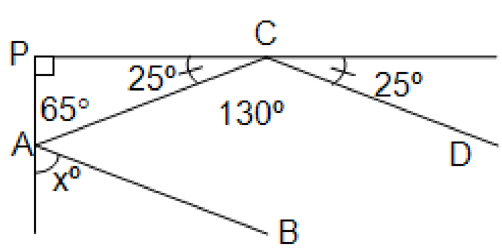
a) 5 b) 6 c) 9 d) 11

12. En la figura $\alpha^o+\beta^o=255^o$, entonces ¿$m\angle A=$?



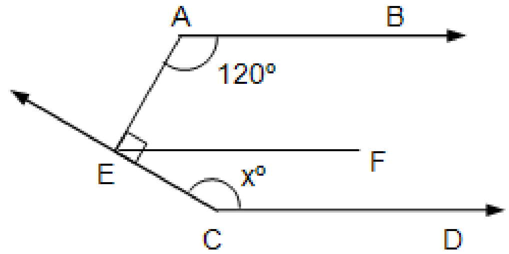
a) 75^o b) 105^o c) 127.5^o d) 30^o

13. ¿Para qué valor de x, los segmentos AB y CD son paralelos?



a) 25^o b) 50^o c) 65^o d) 75^o

14. Si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, ¿cuál es el valor de X?



a) 170^o b) 150^o c) 120^o d) 100^o

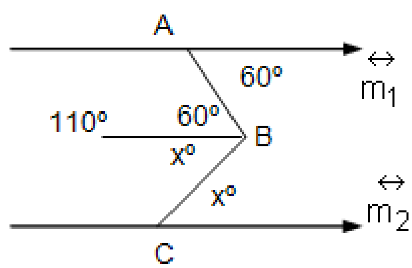
15. Si la medida de un$\measuredangle$ es tres veces la medida de su suplemento, ¿cuál es la medida de dicho $\measuredangle$?

a) 30^o b) 60^o c) 90^o d) 135^o

16. Dos veces la medida de un $\measuredangle$ es $30°$ menos que cinco veces la medida de su complemento, ¿cuál es la $\measuredangle$ de dicho ángulo?

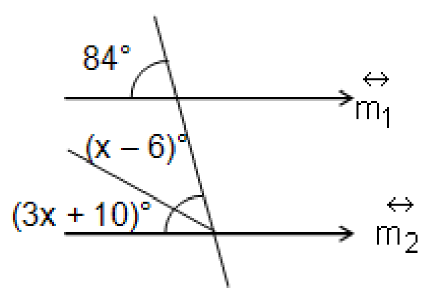
a) 30^o b) 60^o c) 90^o d) 120^o

17. En la figura las rectas $\overleftrightarrow{m_1}$ y $\overleftrightarrow{m_2}$ son paralelas. Entonces el valor de x es:



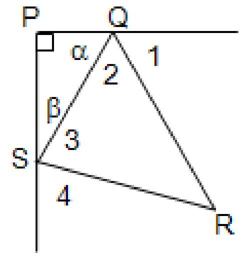
a) 170^o b) 50^o c) 85^o d) 25^o

18. En la figura las rectas $\overleftrightarrow{m_1}$ y $\overleftrightarrow{m_2}$ son paralelas. Entonces el valor de x es:



a) 170^o b) 50^o c) 85^o d) 20^o

19. Si $m\angle P = 90^o$, $\angle 1 \cong \angle 2$, $\angle 3 \cong \angle 4$, entonces $m\angle R$ es



a) 30^o b) 45^o c) 60^o d) 90^o

20. En una recta se toman los puntos A, B y C, de manera que B es punto medio de . Se toma otro punto O, tal que $B - O - C$. Encuentre el valor numérico de: $\dfrac{AO - OC}{OB}$

a) 2 b) 1 c) $\dfrac{1}{2}$ d) $\dfrac{3}{2}$

21. Un poste cercano a un árbol mide $2m$ y su sombra en un momento dado mide $1.8m$, entonces si la sombra del árbol en ese momento mide $11m$, la altura del árbol es:

a) $11m$ b) $11.22m$ c) $12m$ d) $12.22m$

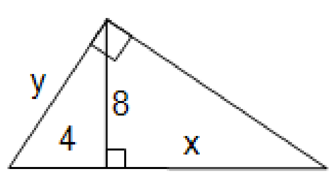
22. Una varilla clavada en el piso y cercana a un árbol mide $3m$ y su sombra mide $1.5m$, entonces si el árbol mide $36m$, su sombra mide.

a) $36m$ b) $30m$ c) $18m$ d) $15m$

23. El perímetro de un triángulo rectángulo isósceles con hipotenusa igual a 10 redondeado a dos decimales es.

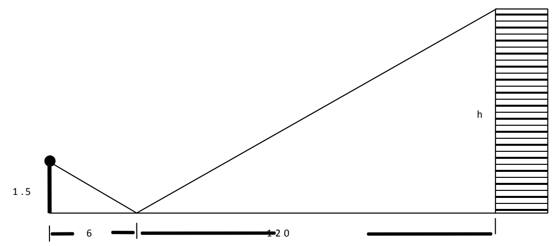
a) 7.07 b) 14.14 c) 24.14 d) 24.99

24. En el triángulo rectángulo de la figura, los valores de x y y, respectivamente son



a) 11 y 13 b) 15 y 16 c) 9 y 8 d) 16 y 8.94

25. Un método para encontrar la altura de un edificio es colocar un espejo en el suelo y después situarse de manera que la parte más alta del edificio pueda verse en el espejo ¿qué altura tiene un edificio si una persona cuyos ojos están a 1.5m del piso observa la parte superior del edificio cuando el espejo está a 120 m del edificio y la persona está a6m del espejo?



a) 20m b) 30m c) 31.5m d) 120m

26. La altura respecto a la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10m y los segmentos que determina sobre la hipotenusa son entre sí como 7 es a 14. Entonces la longitud del cateto menor es.

a) 4m b) 7.07m c) 12.25m d) 14m

27. El perímetro de un rectángulo es 85m y su diagonal mide 32.5m. Por lo tanto los lados del rectángulo miden:

a) 15m y 27.5m b) 20m y 22.5m c) 7.5m y 25m d) 30m y 12.5m

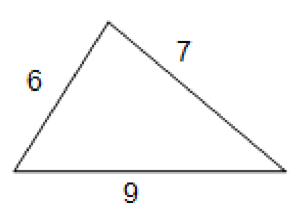
28. El perímetro de un triángulo mide50 y sus lados son proporcionales a $4, 6$ y 8. Entonces su lado mayor mide.

a) $\frac{50}{3}$ b) $\frac{25}{9}$ c) $\frac{200}{9}$ d) 25

29. En un triángulo rectángulo, un lado mide $2\sqrt{106}$, otro $5\sqrt{15}$. Si el lado desconocido es el menor, ¿cuánto mide?

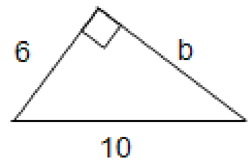
a) 7 b) 8 c) 9 d) 10

30. El área del triángulo de la figura, redondeada al entero más cercano, mide:



a) 21 b) 22 c) 27 d) 31

31. ¿Cuál es el área del triángulo de la figura?



a) 20 b) 24 c) 30 d) 48

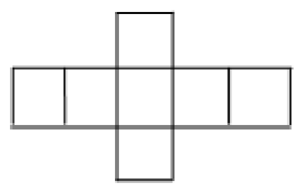
32. Si un rectángulo de $3m$ de ancho y $10m$ de largo tiene la misma área que un triángulo rectángulo isósceles, entonces la longitud de cada cateto del triángulo es

a) $7.5m$ b) $2\sqrt{15}m$ c) $15m$ d) $15\sqrt{3}m$

33. El área de un trapecio isósceles de bases $22m$ y $10m$ y cuyos lados congruentes miden 10 es

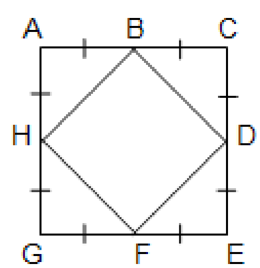
a) $2220m^2$ b) $160m^2$ c) $128m^2$ d) $80m^2$

34. La siguiente figura consta de siete cuadrados congruentes. El área total de esta figura es $63cm^2$. Entonces el perímetro de la figura es:



a) $16cm$ b) $21cm$ c) $24cm$ d) $48cm$

35. Si $\square ACEG$ es un cuadrado y el área del cuadrilátero $BDFH$ mide 162 ¿cuánto mide AC? (las marcas iguales representan partes congruentes).



a) 9 b) 12.72 c) 18 d) 25.44

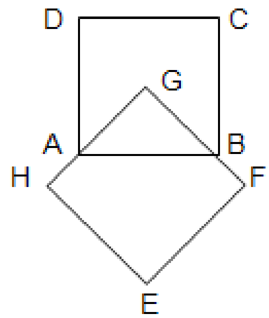
36. Se tiene un trapecio $ABCD$ donde es la base menor. $BC = 10cm$ y $CD = 20cm$. Las medidas de los ángulos A, B y C son $30°, 150°$ y $120°$ respectivamente, entonces $AD =?$

a) $60cm$ b) $50cm$ c) $40cm$ d) $30cm$

37. Si las medianas en un triángulo rectángulo, trazadas a partir de los vértices de los ángulos agudos miden $5cm$ y $\sqrt{40}cm$, entonces la medida de la hipotenusa del triángulo rectángulo es.

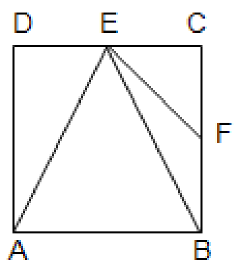
a) $\dfrac{5+\sqrt{40}}{2}cm$ b) $2\sqrt{13}cm$ c) $45cm$ d) $11.32cm$

38. En la figura, los cuadrados $ABCD$ y $EFGH$son congruentes. $AB = 10cm$ y G es el centro del cuadrado $ABCD$. Entonces el área total cubierta por el polígono $AHEFBCDA$ es.



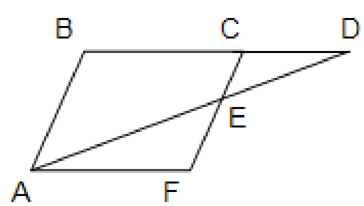
a) $100cm^2$ b) $120cm^2$ c) $150cm^2$ d)$175cm^2$

39. $ABCD$ es un cuadrado, el $\triangle ABE$ es isósceles, $CF = FB$. Entonces, la medida del ángulo EFB es igual a.



a) 150^o b) 135^o c) 90^o d) 60^o

40. En la figura, $\square ABCF$ es un paralelogramo. B, C y D son colineales. Si $AB = 18$, $AD = 30$ y $FE = 12$. ¿Cuánto mide AE?

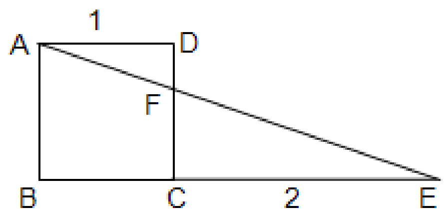


a) 10 b) 12 c) 15 d) 20

41. En un trapecio isósceles, la diferencia de las bases es de $10m$. La altura mide $12m$. y el perímetro $76m$. Entonces su área es:

a) $86m^2$ b) $176m^2$ c) $226m^2$ d) $288m^2$

42. En la figura $ABCD$ es un cuadrado de lado $1cm$ y $CE = 2cm$, entonces el área del triángulo ADF en cm^2 es igual a

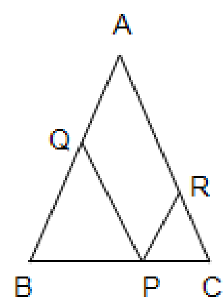


a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{6}$

43. Sea ABC un triángulo isósceles con $AB = BC = 10$ y $AC = 16$. Sea BD la mediana trazada sobre el lado AC y sea G el baricentro. Entonces el área del triángulo ADG es

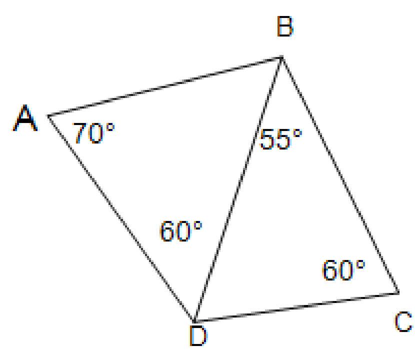
a) 6 b) 8 c) 10 d) 12

44. Sea ABC un triángulo isósceles con $AB = AC = 17cm$ y P un punto cualquiera del lado BC, diferente de los puntos extremos. Por P se trazan una paralela a $\overline{AC}$ que corta a $\overline{AB}$ en Q y una paralela a $\overline{AB}$ que corta a $\overline{AC}$ en R. El perímetro del cuadrilátero $AQPR$ es.



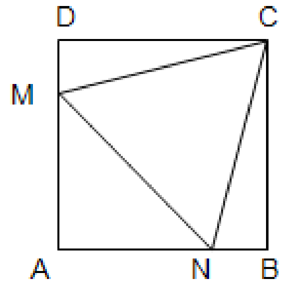
a) $8.5cm$ b) $17cm$ c) $34cm$ d) $51cm$

45. De acuerdo a la información que se proporciona en la figura, el segmento de mayor longitud es.



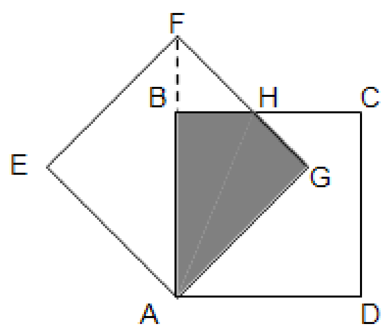
a) $\overline{AB}$ b) $\overline{BC}$ c) $\overline{CD}$ d) $\overline{DA}$

46. En la figura $ABCD$ es un cuadrado de lado $1, \triangle CMN$ es equilátero. El área de $\triangle CMN$ es igual a.



a) 0.866　　b) 0.7071　　c) 0.75　　d) 0.4641

47. La siguiente figura muestra dos cuadrados de lado $1cm$, donde $AEFG$ se ha obtenido de $ABCD$ al girar este cuadrado $45°$ sobre el vértice A. Entonces el área sombreada es.

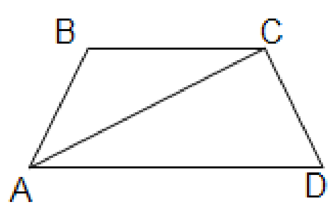


a) $\sqrt{2}-1cm$　　b) $0.5cm$　　c) $0.451cm$　　d) $\sqrt{2}cm$

48. Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, que también es isósceles, miden

a) 30^o　　b) 45^o　　c) 35^o　　d) 75^o

49. En la figura $ABCD$ es un cuadrilátero con $\overline{AD} \,||\, \overline{BC}$. La diagonal $\overline{AC}$ es perpendicular al lado $\overline{CD}$.$m\angle BAC = 30°$, $AC = 4\sqrt{3}$ y $AB = BC$. Entonces el área de $ABCD$ es igual a.

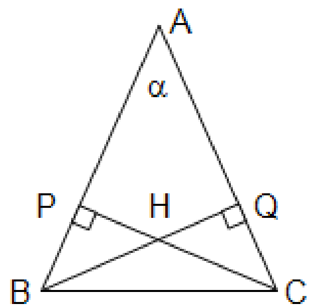


a) 6　　b) 12　　c) $12\sqrt{3}$　　d) 24

50. Se tiene un trapecio $ABCD$ donde $\overline{BC}$ es la base menor. $BC = 10cm$ y $CD = 20cm$. Las medidas de los ángulos A, B y C son $30°, 150°$ y $120°$ respectivamente, entonces el área del trapecio mide.

a) $300\sqrt{3}cm^2$　　b) $400cm^2$　　c) $300cm^2$　　d) $200cm^2$

51. En la figura, $m\angle BAC = \alpha$, $m\angle BPC = m$ y $\angle BQC = 90°$. Entonces la medida de $\angle BHC$ es.

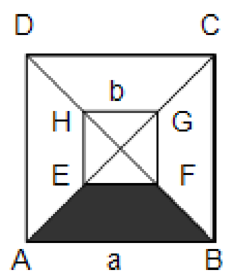


a) $180 - \alpha$ b) α c) $90 - \alpha$ d) 2α

52. Si las medianas en un triángulo rectángulo, trazadas a partir de los vértices de los ángulos agudos miden $5cm$ y $\sqrt{20}cm$, entonces la medida en cm de la hipotenusa del triángulo rectángulo es.

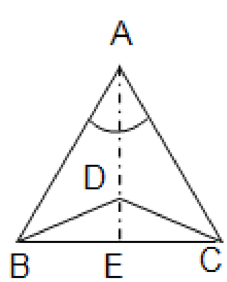
a) 5 b) 6 c) 8 d) 9

53. En la figura, los dos cuadrados tienen el mismo centro. La razón entre el lado del cuadrado menor y el lado del cuadrado mayor es $\frac{2}{5}$. Entonces la razón entre el área sombreada y el área del cuadrado mayor es.



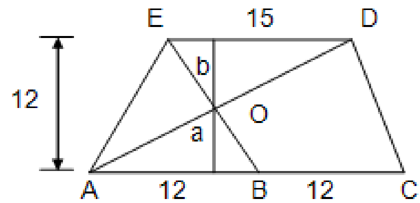
a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{21}{100}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{5}$

54. En la figura, $AB = AC = 4$, $BD = DC = 3$ y $m\angle BAC = 60°$, entonces la longitud del segmento AD es



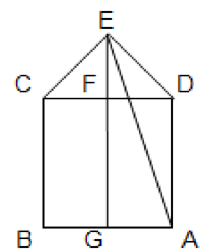
a) $2\sqrt{3} - \sqrt{5}$ b) $2\sqrt{3} + \sqrt{5}$ c) 1 d) 2

55. En la figura el cuadrilátero $ACDE$ es un trapecio tal que $ED = 15cm$, $AC = 24$ cm y la altura es $12cm$. Sabiendo que B es el punto medio del lado AC, el área del cuadrilátero $OBCD$ es



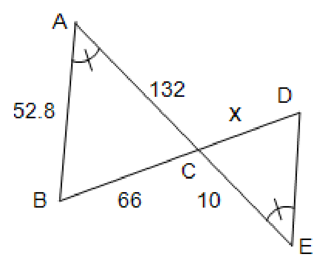
a) $112cm^2$ b) $117cm^2$ c) $120cm^2$ d) $140cm^2$

56. En la figura, $ABCD$ es un cuadrado de lado $6cm$ y $CE = DE = 5cm$, entonces la longitud de es



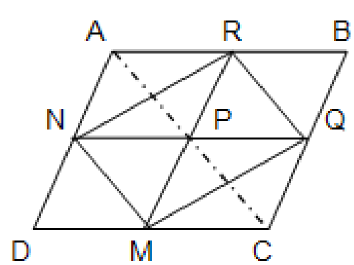
a) $\sqrt{109}cm$ b) $15cm$ c) $\sqrt{11}cm$ d) $30cm$

57. En la figura, a partir de la información dada, ¿cuál es el valor de x?



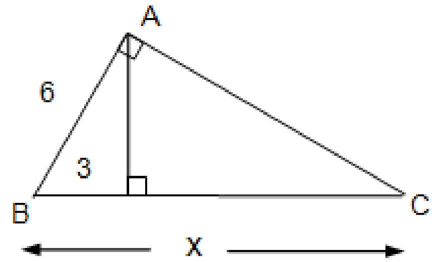
a) 76 b) 25 c) 13.2 d) 5

58. $ABCD$ es un paralelogramo. P es un punto de la diagonal $\overline{AC}$. Trazamos por P paralelas a los lados del paralelogramo. Estas paralelas intersecan a los lados del paralelogramo en los puntos indicados en la figura. Sabiendo que el área de $ABCD$ es $40cm^2$, entonces el área del cuadrilátero $RQMN$ es igual a.



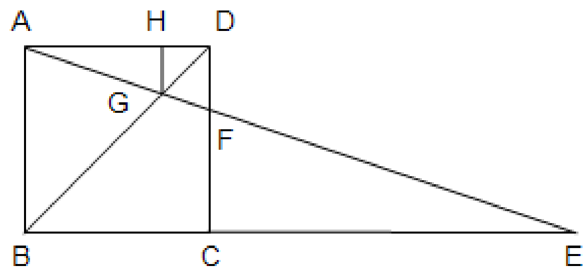
a) $10cm^2$ b) $20cm^2$ c) $30cm^2$ d) $40cm^2$

59. En el triángulo rectángulo ABC¿cuál es la longitud del segmentoBC?



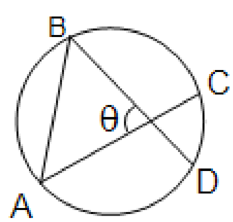
a) 15 b) 12 c) 10 d) 9

60. Sea $ABCD$ un cuadrado. Por el vértice A se traza un segmento que corta a la prolongación del ladoBC en E, al lado DC en F y a la diagonal BD en G. Si $AG = 3$ y $GF = 1$ ¿cuál es la longitud de FE?



a) 12 b) 10 c) 9 d) 8

61. En la figura de abajo si la medida de los arcos AD y BC son 140^o y $80°$ respectivamente, entonces el valor de θ es.



a) 40^o b) 50^o c) 60^o d) 70^o

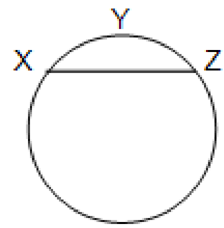
62. El triángulo ABC está inscrito en un semicírculo de diámetro AB. Si $AC = 8$ y $BC = 6$, el área de la región sombreada tiene un valor de

a) 15.27 b) 24 c) 36.37 d) 61.07

63. El triángulo ABC está inscrito en un semicírculo de diámetro AB. Si $AC = 8$ y $CD = 4.8$, el área de la región sombreada tiene un valor de

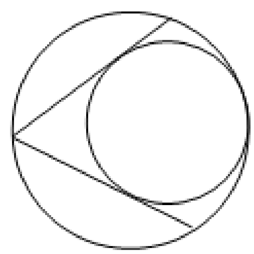
a) 15.27 b) 24 c) 36.37 d) 61.07

64. La circunferencia de la figura tiene radio 2 y el arco XYZ tiene longitud π. ¿Cuánto mide la cuerda XZ?



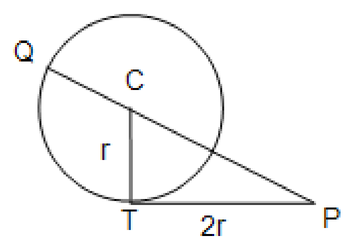
a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $2\sqrt{2}$ d) $\frac{\pi}{2}$

65. En la figura el área del círculo mayor es 1 m^2. El círculo menor es tangente internamente al círculo mayor y también es tangente a los lados del ángulo inscrito que mide $60°$. Entonces el área del círculo menor es



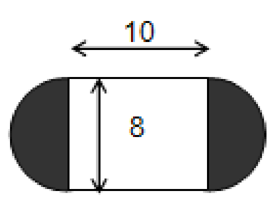
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{4}{9}$ c) π d) 2π

66. En la figura C es el centro de la circunferencia de radio r y $\overline{TP}$ es un segmento tangente en T, de longitud $2r$, entonces PC mide



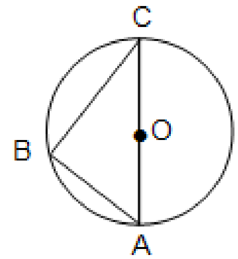
a) $r\sqrt{2}$ b) $r\sqrt{3}$ c) $3r$ d) $r\sqrt{5}$

67. Los extremos de la figura son semicírculos, ¿Cuál es el área de la región sombreada?



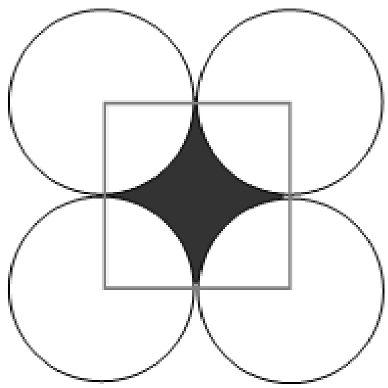
a) 80 b) 8π c) 10π d) 16π

68. En la figura AC es un diámetro. Si $m\angle AB = 50°$, entonces $m\angle BAC =$?



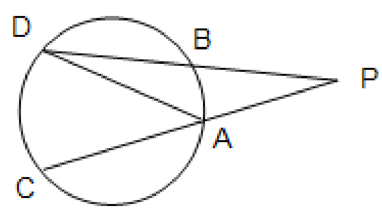
a) 25^o b) 50^o c) 65^o d) 90^o

69. En la figura, los círculos son tangentes y tienen radio igual a 10. Si se unen los centros de los círculos se forma un cuadrado. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



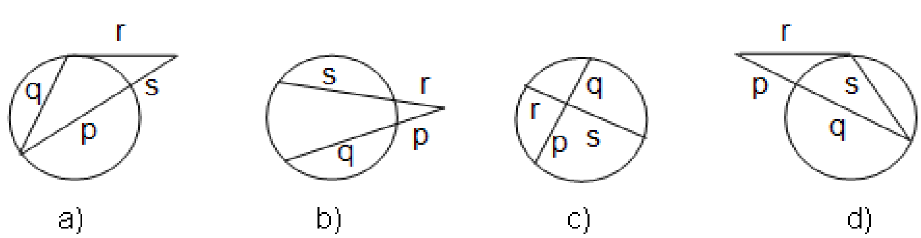
a) $(400 - 100)\,\pi$ b) $400 - 100\pi$ c) $100\pi - 400$ d) $400\pi - 100$

70. En la figura, la medida del arco AB es $30°$, y la medida del $\angle BPA$ es $35°$. Las medidas del arco CD y el ángulo DAC (en grados) son respectivamente.

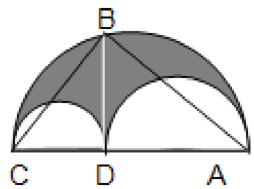


a) 100 y 25 b) 50 y 50 c) 100 y 50 d) 50 y 25

71. La expresión $(p + q)p = (r + s)r$, se cumple en la situación representada por

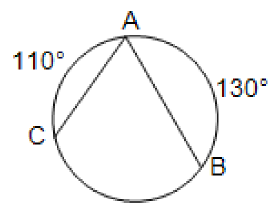


72. En la figura se dan tres semicircunferencias mutuamente tangentes.$\overline{CD}$ y $\overline{DA}$ son diámetros de las circunferencias menores. El punto B está en la semicircunferencia mayor. $\overline{BD} \perp \overline{BC}$. Si $BD = 2$, entonces el área sombreada es igual a.



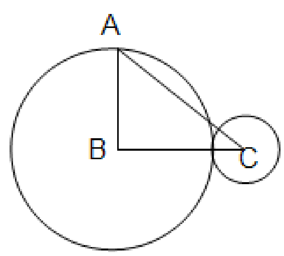
a) 1 b) π c) 2π d) $\dfrac{3\pi}{4}$

73. Las medidas de los arcos AB y AC se indican en la figura. La medida del $\angle BAC$ es.



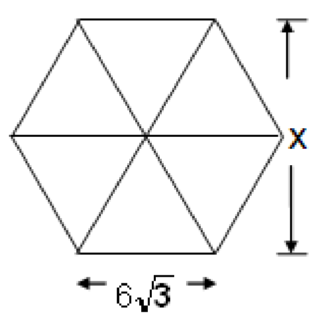
a) 55^o b) 60^o c) 65^o d) 110^o

74. En la figura, $\overline{BC}$ une los centros de los círculos tangentes. $\overline{AB} \perp \overline{BC}, BC = 8$ y $AC = 10$, entonces la longitud de la circunferencia pequeña es igual a



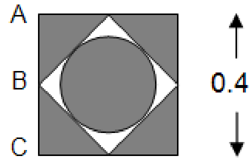
a) π b) 2π c) 3π d) 4π

75. La figura representa un hexágono regular, ¿cuál es el valor de x?



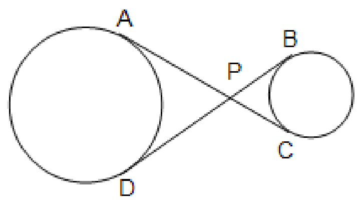
a) $3\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{3}$ c) 6 d) 18

76. La figura representa un círculo inscrito en un cuadrado que a su vez está inscrito en otro cuadrado. B es punto medio de AC ¿Cuál es el área de la región sombreada?



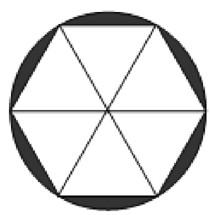
a) 0.025 b) 0.048 c) 0.1428 d) 0.153

77. Los segmentos AC y BD se cortan en P y son tangentes a las circunferencias en los puntos A, C, B y D.



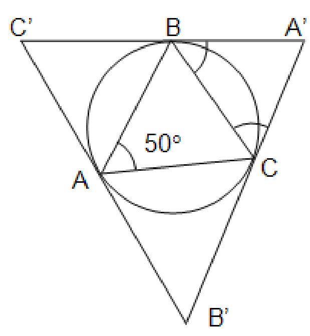
a) 6 b) 12 c) 15 d) 25

78. Seis triángulos equiláteros de $1cm.$ de lado se unen para formar un hexágono como se muestra en la figura. Se circunscribe un círculo alrededor del hexágono ¿cuál es el área de la región sombreada?



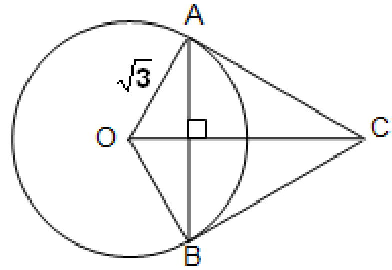
a) $\left(\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) cm^2$ b) $\left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) cm^2$ c) $\left(2\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) cm^2$ d) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3} cm^2$

79. Un triángulo ABC está inscrito en una circunferencia como se muestra en la figura. Se tiene $m\angle A = 50^o$ y $m\angle C = 60^o$. Se trazan tangentes por A, B y Cde manera que se forma el triángulo circunscrito $A^{'}, B^{'}, C^{'}$. Entonces la medida del ángulo $A^{'}$ es:



a) 40^o b) 60^o c) 80^o d) 100^o

80. El triángulo ABC es equilátero y sus lados $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ son tangentes a la circunferencia con centro en O y radio $\sqrt{3}$. El área del cuadrilátero $AOBC$ es

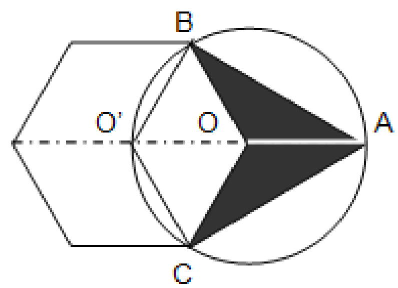


a) 3 b) $\sqrt{6}$ c) $3\sqrt{3}$ d) 6

81. Si un ángulo central de $30°$ en una circunferencia intercepta un arco de $6m$ de longitud, entonces el radio de la circunferencia mide.

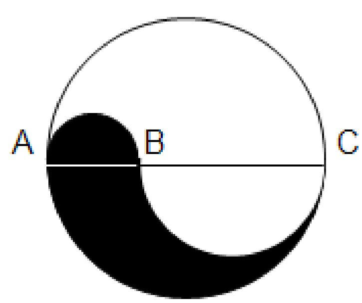
a) $\dfrac{\pi}{36}$ b) $\dfrac{\pi}{6}$ c) π d) $\dfrac{36}{\pi}$

82. En la figura se tiene una circunferencia de radio 1 y un hexágono regular de lado 1. Si O es el centro de la circunferencia, entonces el área de la región sombreada es.



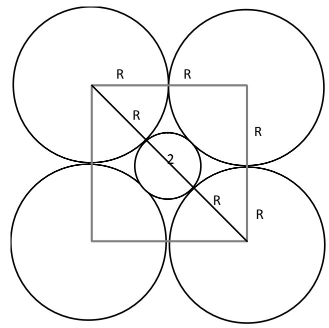
a) 0.5 b) 0.866 c) 1 d) 1.5

83. Los arcosAB y BC son semicírculos cuyos centros están sobre un diámetro del círculo que se muestra en la figura.Si $BC = 2AB$, entonces la razón entre el área de la región sombreada y el área de la región no sombreada es:



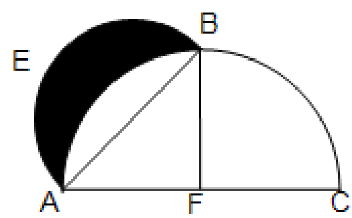
a) 2 b) $\dfrac{1}{2}$ c) 1 d) $\dfrac{3}{2}$

84. Una moneda circular de radio 1, está sobre una mesa. Si ponemos cuatro monedas más grandes de igual tamaño alrededor de ella, ¿cuál es el radio de las monedas grandes que permite que cada una sea tangente a las dos adyacentes y a la de radio 1?



a) 1   b) $1+\sqrt{2}$ c) 2   d) $2+\sqrt{2}$

85. En la siguiente figura ABC y AEB son semicírculos, F es el punto medio del diámetro AC, B es punto medio del arco AC y $AF = 1$. ¿Cuál es el área de la región sombreada?

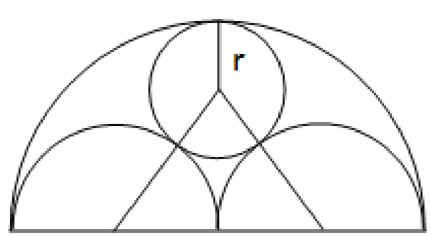


a) $\dfrac{1}{2}$ b) 2   c) $\dfrac{\pi}{4}$ d) $3\pi/4$

86. Si el radio de un círculo aumenta en π unidades, ¿cuánto aumenta su perímetro?

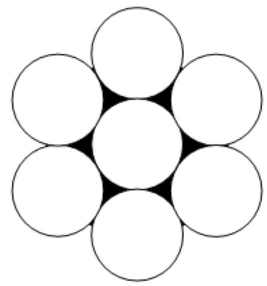
a) π b) 2π c) 3π d) $2\pi^2$

87. Dos semicírculos de radio 3 están inscritos en un semicírculo de radio 6 como se muestra en la figura. Un círculo de radio r es tangente a los tres semicírculos. ¿Cuánto vale r ?



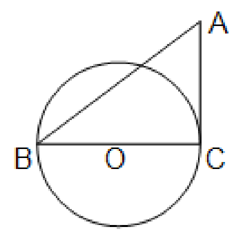
a) 1   b) 1.5   c) 2   d) 2.5

88. En la figura los círculos adyacentes son tangentes y tienen radio 1. ¿Cuánto vale el área de la región sombreada?



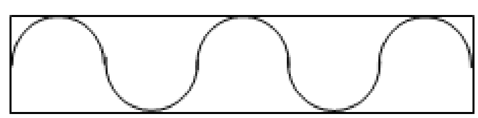
a) $6\sqrt{3}-3\pi$ b) $3\sqrt{3}-2\pi$ c) $2\pi-1$ d) $6\sqrt{3}-1$

89. En la figura, $m\angle BCA = 90^o, BA = 5$y $AC = 3$. ¿Cuál es el área del círculo con centro en O?



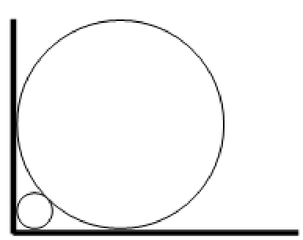
a) 16 b) 8π c) 4π d) 5π

90. El lado mayor del rectángulo de la figura mide 20. La curva trazada en su interior está formada por cinco semicircunferencias ¿cuál es la longitud de la curva?



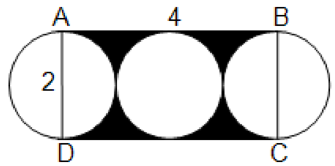
a) 25π b) 20π c) 15π d) 10π

91. La figura muestra dos segmentos perpendiculares tangentes a ambas circunferencias, las cuales son tangentes entre sí. Si el radio de la circunferencia pequeña mide 1, entonces el radio de la circunferencia más grande mide



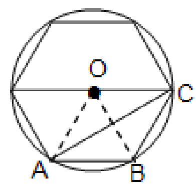
a) $3+2\sqrt{2}$ b) 4 c) 6 d) $4+2\sqrt{2}$

92. Tres círculos de radio 1, con sus centros colineales son tangentes como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



a) $8 - 2\pi$ b) $4 - \pi$ c) $12 - 3\pi$ d) $8 - 3\pi$

93. La figura muestra un hexágono regular inscrito en un círculo. Si el área del círculo es 1, ¿cuánto mide el área del triángulo ABC?

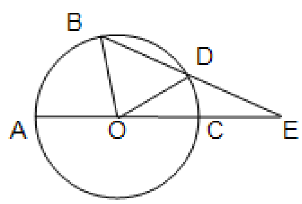


a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

94. ¿Qué polígono regular tiene la misma cantidad de diagonales que de lados?

a) Pentágono b) Hexágono c) Octogóno d) Decágono

95. Sean O el centro de una circunferencia de radio r y $ED = r$. Si $m\angle DEC = k \cdot (m\angle BOA)$, entonces el valor de k es:



a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2

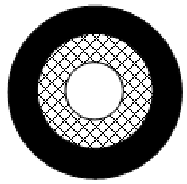
96. Si se aumenta el radio de un círculo en un 100%, ¿en qué porcentaje aumenta su área?

a) 50% b) 100% c) 300% d) 100π%

97. En una circunferencia se tienen dos cuerdas paralelas de longitudes 10 y 14 que distan 6 entre sí. Entonces la longitud de la cuerda paralela a ambas y que equidista de ellas mide:

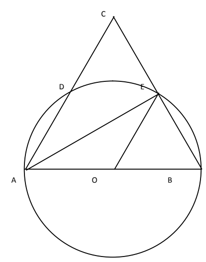
a) 11 b) 12 c) 13 d) $\sqrt{184}$

98. Se tienen tres círculos concéntricos de radios $1, 2$ y 3 respectivamente. ¿Cuál es la razón entre el área de la región cuadriculada y el área de la región oscura?



a) $\dfrac{2}{3}$ b) $\dfrac{3}{5}$ c) $\dfrac{4}{9}$ d) $\dfrac{9}{25}$

99. El segmento AB es diámetro de una circunferencia de radio 1 y lado del triángulo equilátero ABC. Si la circunferencia corta a AC y BC en los puntos D y E respectivamente, entonces la longitud AE es:

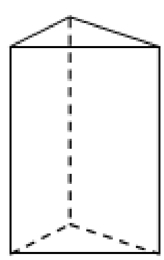


a) 1 b) $\sqrt{3}$ c) $\dfrac{3}{2}$ d) $\dfrac{5}{3}$

100. Un triángulo equilátero y un hexágono regular están inscritos en el mismo círculo. Si se divide el área del hexágono entre el área del triángulo se obtiene:

a) 1.5 b) 2 c) 2.5 d) $\sqrt{3}$

101. En el prisma recto de la figura, las bases son triángulos equiláteros, con perímetros de $30cm$. Si la altura del prisma es $10cm$. ¿Cuál es el área total de la superficie del prisma?

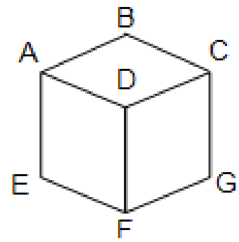


a) 100 b) $\dfrac{250}{\sqrt{3}}$ c) $100\sqrt{3}$ d) $50\sqrt{3} + 300$

102. Tres vértices de un cubo, de los cuales no hay dos que estén en la misma arista, se unen para formar un triángulo. Si la arista del cubo tiene longitud 1. ¿Cuál es el área del triángulo formado?

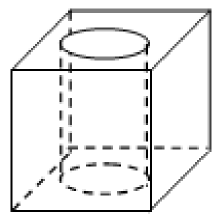
a) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

103. La figura representa un cubo. La intersección del plano ABG y el plano BCE es la recta



a) $\overleftrightarrow{AG}$ b) $\overleftrightarrow{BF}$ c) $\overleftrightarrow{CE}$ d) $\overleftrightarrow{CF}$

104. De un cubo de $5''$ de arista se forma un cilindro circular recto de $3''$ de diámetro, entonces el volumen de la parte sobrante del cubo, en pulgadas cúbicas, es aproximadamente



a) 8 b) 10 c) 90 d) 80

105. La altura de un prisma rectangular es un tercio de su longitud y el ancho es la mitad de su longitud. Si la diagonal del prisma mide $30cm$, su volumen es

a) $900cm^3$ b) $1688.25cm^3$ c) $2833.8cm^3$ d) $4583.5cm^3$

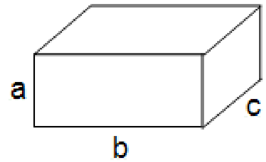
106. Al introducir un trozo de metal en un tanque rectangular con agua, de dimensiones $50cm \times 37cm$, el nivel del agua subió $1cm$. ¿Cuál es el volumen del trozo de metal?

a) $1850cm^3$ b) $87cm^3$ c) $88cm^3$ d) $185cm^3$

107. ¿Cuál es el número máximo de diagonales que pueden trazarse sobre las caras de un cubo de manera que no hayan dos diagonales que tengan un punto en común?

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5

108. En la figura se muestra un paralelepípedo rectangular. Si $a = 2b$ y $b = \frac{c}{2}$, ¿Cuál es el volumen en términos de c?



a) $\frac{c^2}{2}$ b) $\frac{c^3}{2}$ c) c^3 d) $2c^2$

109. El área de la base de una pirámide es 45 y el área de una sección transversal es 20. Si la altura de la pirámide es 6 ¿a qué distancia de la sección transversal está el vértice?

a) 1.5 b) 2.25 c) 4 d) 4.75

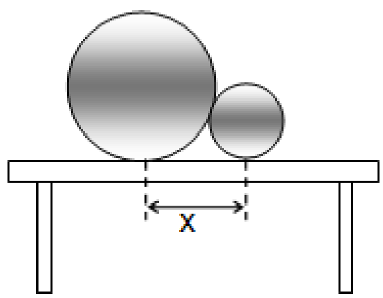
110. El área de la base de una pirámide es 45 y el área de una sección transversal es 20. Si la altura de la pirámide es 6 ¿cuál es la razón entre los volúmenes de la pirámide mayor y la menor?

a) $\frac{3}{2}$ b) 2 c) $\frac{27}{8}$ d) 3

111. La base de una pirámide es un triángulo equilátero cuyo perímetro es 12. Si la altura es 10, el volumen de la pirámide es

a) 40 b) $\frac{40}{3}$ c) $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ d) $40\sqrt{3}$

112. La figura muestra dos esferas tangentes que descansan sobre una mesa plana. Si los radios de las esferas son $8cm.$ y $16cm$ respectivamente, entonces la distancia en $cm.$ entre los puntos de contacto de las esferas con la mesa es:



a) $8\sqrt{2}$ b) 12 c) $16\sqrt{2}$ d) 24

113. En una pirámide cuadrada, en la que el lado de la base mide $8cm$ y la altura mide $20cm$, se traza una sección paralela a la base a $14cm$ de ésta. Entonces el área de dicha sección es

a) $2.14cm^2$ b) $5.76cm^2$ c) $16.32cm^2$ d) $31.36cm^2$

114. Los diámetros de dos cilindros circulares rectos concéntricos son 12 y 6 pulgadas respectivamente y la generatriz común es de 20 pulgadas, entonces el volumen del espacio que queda entre ambos cilindros es.

a) 270 $pulg^3$ b) 270π $pulg^3$ c) 540 $pulg^3$ d) 540π $pulg^3$

115. El volumen de una cisterna cilíndrica es $1200m3$ y su altura es igual al diámetro, por lo tanto su área total es

a) $190.98m^2$ b) $576.25m^2$ c) $600m^2$ d) $625.13m^2$

116. Un cono de revolución tiene $13cm.$ de generatriz y el radio de la base es de 5 cm. Se corta por un plano paralelo a la base que corta a la generatriz en un punto distante $5.2cm.$ del vértice. Entonces el volumen del tronco de cono formado es

a) $351.52cm^3$ b) $294.05cm^3$ c) $202.8cm^3$ d) $135.2cm^3$

117. Dado un cono circular recto con radio $3m$ y generatriz $5m$, entonces su área lateral es

a) 2π b) 12π c) 15π d) 16π

118. El área lateral de un tronco de cono que se forma cuando se corta un cono recto de $6cm.$ de radio y $8cm$ de altura, por medio de un plano paralelo a la base del cono y que lo corta a una altura de $4.5cm$ es

a) $304.84m^2$ b) $216m^2$ c) $152.42m^2$ d) $84.82m^2$

119. Dos esferas de metal de radios $2a$ y $3a$ se funden juntos para hacer una esfera mayor. El radio de la nueva esfera es

a) $2.5a$ b) $5a$ c) $6.5a$ d) $\sqrt[3]{35}a$

120. Un cono tiene una altura igual al doble de su radio. Una esfera tiene un radio igual al radio de la base del cono. La razón entre el volumen del cono y el volumen de la esfera es

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$ d) 2

121. Un cono tiene una altura igual al triple de su radio. Una esfera tiene un radio igual al radio de la base del cono. La razón entre el volumen del cono y el volumen de la esfera es

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{3}{4}$

122. La altura de un cono es $5cm.$ Un plano a $2cm$ del vértice es paralelo a la base del cono. Si el volumen del cono más pequeño es $24cm3$, el volumen del cono más grande es

a) $750cm^3$ b) $375cm^3$ c) $240cm^3$ d) $120cm^3$

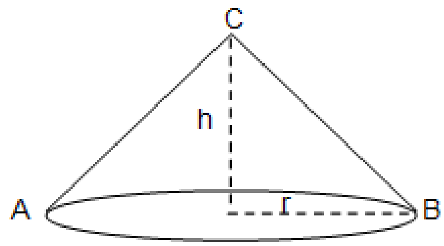
123. Un cubo está inscrito en una esfera. Si el área de la superficie total del cubo es $\frac{40}{\pi}m^2$, entonces el área de la superficie de la esfera es

a) $10m^2$ b) $15m^2$ c) $20m^2$ d) $30m^2$

124. La base de una pirámide hexagonal tiene un área de $26m^2$. Si el volumen de dicha pirámide es $78m^3$, entonces su altura mide

a) $3m$ b) $9m$ c) $4m$ d) $6m$

125. Si el cono de la figura tiene un volumen de ,C es el vértice, un diámetro y $m\angle ACB = 120°$, entonces el diámetro de la base, en centímetros, es.



a) 5 b) 10 c) 15 d) 20

126. El área de la superficie total de un cubo es $12m^2$. Entonces la longitud de su diagonal es

a) $\sqrt{2}m$ b) $\sqrt{6}m$ c) $2m$ d) $\sqrt{5}m$

127. Si la generatriz de un cono mide $25m$ y el diámetro de su base es $8m$, su volumen mide

a) $200m^3$ b) $400m^3$ c) $413.48m^3$ d) $418.88m^3$

128. En una esfera de radio 2, se tiene inscrito un cilindro de manera que el diámetro del cilindro es igual al radio de la esfera. Entonces el área lateral del cilindro es

a) $4\sqrt{3}\pi$ b) 8π c) $2\sqrt{3}$ d) 4π

UNIDAD DE FUNCIONES

1. Los intersectos de la función lineal $f(x) = 2x - 6$ con el eje x y con el eje y, respectivamente, son los puntos:

   a) $(0, -6)$ y $(3, 0)$ b) $(0, 6)$ y $(-3, 0)$ c) $(0, 0)$ y $(3, -6)$ d) $(3, 0)$ y $(0, -6)$

2. La preimagen de $y = -3$ bajo la función $f(x) = 7 - 3x$ es :

   a) $x = \frac{10}{3}$ b) $x = -\frac{3}{10}$ c) $x = -\frac{10}{3}$ d) $x = 0$

3. La regla de asignación de la función que pasa por los puntos $(-1, -3)$ y $(2, 8)$ es

   a) $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{11}{3}$ b) $f(x) = -\frac{11}{3}x + \frac{2}{3}$ c) $f(x) = 2x - 11$ d) $f(x) = \frac{11}{3}x + \frac{2}{3}$

4. En cálculo de interés simple, la cantidad devengada S es una función lineal de tiempo medido en años $S = P\,(1 + rt)$. Si el capital es $P = C\$1000$ y la tasa anual de interés es $r = 4\%$, entonces la cantidad devengada S pasado 15 años es :

   a) \$61000 b) \$1600 c) \$7000 d) \$16000

5. Sea h una función lineal tal que $h(-2) = 5$ y $h(6) = 3$, la función $h(x)$, donde x es cualquier número real está definida por :

   a) $h(x) = 5x + 3$ b) $h(x) = \frac{9}{2}x + \frac{1}{4}$ c) $h(x) = -2x + 6$ d) $h(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{2}$

6. Para niños entre 6 y 10 años de edad, la estatura y (en pulgadas) es frecuentemente una función lineal de la edad t (en años). Si la estatura de cierto infante es de 48 pulgadas a los 6 años de edad y 50.5 pulgadas a los 7, entonces al expresar y como función de t, se obtiene:

   a) $y(t) = 33 - 2.5t$ b) $y(t) = 2.5t + 33$ c) $y(t) = 33t - 2.5$ d) $y(t) = 2.5t - 33$

7. Sabiendo que $f\,(0) = 1$ y $f\,(1) = 0$, determine la función lineal $f\,(x)$ y el área acotada por dicha función y los ejes X, Y.

   a) $f\,(x) = -x - 1,\ 2u^2$ b) $f\,(x) = x - 1,\ 0.25u^2$ c) $f\,(x) = -x + 1,\ 0.5u^2$ d) $f\,(x) = x + 1,\ 2u^2$

8. Al evaluar la función cuadrática $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}$ en $x = -\frac{3}{4}$ se obtiene que su imagen vale :

   a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{1}{8}$ d) $-\frac{1}{4}$

9. Los intersectos de la función cuadrática $g(x) = -x^2 - 6x - 5$ con el eje x y con el eje y, respectivamente, son los puntos :

   a) $(-1, 0)$ y $(-5, 0)$ b) $(1, 0)$ y $(5, 0)$ c) $(0, 0)$ y $(-1, -5)$ d) $(3, 0)$ y $(1, 5)$

10. El domino y el rango de la función cuadrática $f(x) = -2x^2 + 6$ son, respectivamente :

    a) $\mathbb{R}$ y $(-2, 6)$ b) $\mathbb{R}$ y $(-\infty, 6]$ c) $(-2, 0)$ y $(-\infty, +\infty)$ d) $[-6, +\infty)$ y $[-2, +\infty)$

11. Dada la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, el valor de $f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$ es :

    a) $-c - \dfrac{b^2}{4a}$ b) $c^2 - \dfrac{b^2}{4a}$ c) $c - \dfrac{b^2}{4a}$ d) $c + \dfrac{b^2}{4a}$

12. Dadas las parábolas $x^2 - 3x + 1$; $-x^2 + 2x + 7$. La distancia entre el punto mínimo y máximo de dichas curvas es:

    a) 8.2345 b) 9.2635 c) 7.2635 d) 8.2635

13. Las funciones lineales definidas por $f_1(1) = 0,\ f_1(0) = 1\ \ y\ \ f_2(-1) = 0,\ f_2(0) = 1$, forman un triángulo isósceles con el eje X. El área de dicho triángulo es:

    a) $1.25u^2$ b) $0.75u^2$ c) $1u^2$ d) $1.5u^2$

14. El vértice y el rango de la función cuadrática que pasa por los puntos $(-2, 53)$, $(0, 5)$ y $(2, 29)$ es :

    a) $(-2, 3)$ y $(-\infty, 5]$ b) $(-2, -3)$ y $(-\infty, -3]$ c) $(\frac{1}{3}, 4)$ y $[4, +\infty)$ d) $(2, 3)$ y $[2, +\infty)$

15. Al expresar la función cuadrática $f(x) = 3x^2 + 24x + 50$ en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, resulta :

    a) $f(x) = 5(x + 3)^2 - 7$ b) $f(x) = 3(x + 4)^2 + 2$ c) $f(x) = 3(x + 3)^2 + 3$ d) $f(x) = -3(x - 4)^2 - 2$

16. Sabiendo que $f(x)$ es una función cuadrática y $f(2) = 5,\ f(-2) = 5,\ y\ f(0) = 1$. Determine dicha función :

    a) $f(x) = x^2 - 2x + 1$ b) $f(x)0 = x^2 + 1$ c) $f(x) = x^2 - 2x - 1$ d) $f(x) = x^2 - 1$

17. Dadas las parábolas $f(x) = x^2 - 1$, $f(x) = -x^2 + 1$. Determine los valores de x que pertenecen a la región limitada por la intersección de dichas gráficas.

    a) $\{-1 < x < 1\}$ b) $\{-1 \leq x \leq 1\}$ c) $\{-2 < x < 2\}$ d) $\{-2 \leq x \leq 2\}$

18. Al evaluar la función valor absoluto $f(x) = |x-3|$ en $x=-7$ se obtiene que su imagen vale :

a) -10 b) -4 c) 10 d) 4

19. Las preimágenes de $y=2$ bajo la función $f(x) = |3x-11| - 5$ son:

a) $x=4,\ x=8$ b) $x=-\dfrac{4}{3},\ x=-6$ c) $x=\dfrac{4}{3},\ x=6$ d) $x=4,\ x=6$

20. El domino y el rango de la función valor absoluto $f(x) = |x| - |x+3|$ son respectivamente :

a) $(-\infty,-3]$ y $(-\infty,3]$ b) $[-\infty,+\infty]$ y $(-3,3]$ c) $(-\infty,+\infty)$ y $(-3,3)$ d) $(-\infty,+\infty)$ y $[-3,3]$

21. El vértice y el rango de la función valor absoluto $f(x) = -|x+1| + 3$ es :

a) $(1,-1)$ y $(-\infty,4]$ b) $(-1,3)$ y $(-\infty,3]$ c) $(-1,-3)$ y $[-3,+\infty)$ d) $(-1,3)$ y $[3,+\infty)$

22. Si expresamos la función $f(x) = ||x|-2|$ sin el símbolo de valor absoluto, entonces resulta:

a) $f(x) = \begin{cases} x-2, \text{ si } x \geq 2 \\ 2-x, \text{ si } x < 2 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} |x|-2, \text{ si } |x| \geq 2 \\ 2-|x|, \text{ si } |x| < 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x-2, \text{ si } x \geq 2 \\ -x-2, \text{ si } x \leq -2 \\ 2-x, \text{ si } 0 \leq x < 2 \\ 2+x, \text{ si } -2 < x < 0 \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} x+2, \text{ si } x \geq 0 \\ 2+x, \text{ si } x < 0 \end{cases}$

23. Al expresar la función $f(x) = |x| + |x-5|$ sin el símbolo de valor absoluto, resulta:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x-5, \text{ si } x \geq 5 \\ 5, \text{ si } 0 \leq x < 5 \\ -2x+5, \text{ si } x < 0 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} 2x-5, \text{ si } x \geq 5 \\ -2x+5, \text{ si } x < 5 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} -2x-5, \text{ si } x \geq 5 \\ 5, \text{ si } 0 \leq x < 5 \\ 2x+5, \text{ si } x < 0 \end{cases}$ d) $f(x) = \begin{cases} 2x-5, \text{ si } x \geq 5 \\ 5, \text{ si } x < 5 \end{cases}$

24. El valor de x en la expresión exponencial $7^x + 7^{x-1} = 8^x$ es igual a:

a) $x=2$ b) $x=1$ c) $x=0$ d) $x=-1$

25. Sea el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a^x + a^y = 4 \\ a^x - a^y = 2 \end{cases}$$

Si en el sistema anterior, $a=3$, entonces $x+y$ es igual a:

a) 0 b) -1 c) 2 d) 1

26. En la ecuación exponencial $2^{x+2}+2^{x+3}+2^{x+4}+2^{x+5}+2^{x+6}=31$, la solución es:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) -2 c) $\frac{1}{5}$

27. Si en la expresión $2^{x}=P$, entonces 4^{-1}es igual a:

a) $2p$ b) p^{-2} c) p^{-4} d) $4p$

28. Si $f(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$ entonces $f(\ln 2)$ es:

a)0 b) 5 c) $\frac{5}{4}$ d) $\frac{3}{4}$

29. El valor de x en la ecuación: $a^{(3x+1)(2x-2)}=\left(a^{2x^{2}+5}a^{4x^{2}+4}\right)-a^{3}$

a) $x=2$ b) $x=2$ c) $x=-\frac{11}{4}$ d) $x=1$

30. Si $3^{3}2^{5}=4\times 6^{m}$, entonces m^{2} es:

a) 3 b) 9 c) -3 d) 6

31. La respuesta al resolver la ecuación $4^{x+1}+2^{x+3}=320$ es:

a) $x=-2$ b) $x=-3$ c) $x=3$ d) $x=2$

32. La solución de la ecuación $5^{x}+5^{x+2}+5^{x+4}=651$ es:

a) $x=1$ b) $x=2$ c) $x=0$ d) $x=-1$

33. La solución de $8^{4x-8}-9=-8$ es:

a) $x=2$ b) $x=3$ c) $x=1$ d) $x=-2$

34. Una expresión equivalente a $\frac{1}{2}\left(3\log_{a}x-5\log_{a}y-30\log_{a}z\right)$ es igual a:

a) $\log_{a}\dfrac{3x}{5y+30z}$ b) $\log_{a}\dfrac{x^{3}}{y^{5}+30^{z}}$ c) $\log_{a}\dfrac{3x}{y^{5}+30^{z}}$ d) $\log_{a}\sqrt{\dfrac{x^{3}}{y^{5}.z^{30}}}$

35. El $\log\left(a+b\right)^{2}-\log\left(a+b\right)$ es igual a:

a) $\log 2$ b) $\log\left(a+b\right)$ c) $\log a+\log b$ d) $\log a+3\log b$

36. Siendo $\log m = \frac{1}{3}(\log x + \log y - \log z)$ entonces m es igual a

a) $\dfrac{1}{3}(x\acute{y} - z)$ b) $\dfrac{1}{3}\dfrac{x.y}{z}$ c) $\sqrt[3]{\dfrac{xy}{z}}$ d) $x + y - z$

37. El resultado de realizar $\log_b x - \log_b y^2 + \log_b xy^2$ es igual a:

a) $x^2 \log_b y$ b) $x \log_b y^2$ c) $\log_b x^2$ d) $x \log_b y$

38. Al resolver $\log(9x - 5) = \log(x - 1) + 1$ el valor de x es :

a) $x = 2$ b) $x = 4$ c) $x = 1$ d) $x = 5$

39. El valor de $13^{\log_{13}(8+5)}$ es :

a) 26 b) $(13)^2$ c) 13 d) $(13)^{13}$

40. El valor de $e^{1+\ln 5}$ es :

a) $5e$ b) $1e$ c) e^1 d) $ln5$

41. Al simplificar la expresión $\dfrac{\log_5 16}{\log_5 4}$ se obtiene :

a) 5 b) 2 c) 4 d) $\log 4$

42. La ecuación $\log\left(3 - x^2\right) = \log 2 + \log x$ tiene por solución :

a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = -3$ d) $x_1 = -2$

43. En la expresión $(\log x)^2 = 35 - 2\log x$, la respuesta es:

a) $x = 10^5$ b) $x = 10^7$ c) $x_1 = 10^{-5}$ d) $x = 10^{-7}$

44. Si se aplica logaritmo a la ecuación $2^{x+1} \times 5^x = 9$, el resultado es:

a) $\log\left(\dfrac{9}{2}\right)$ b) $\log\left(\dfrac{2}{9}\right)$ c) $\log\left(\dfrac{2}{3}\right)$ d) $\log\left(\dfrac{5}{3}\right)$

45. Al despejar " t " en $L = Ma^{t/N} - P$, obtenemos :

a) $t = N\log_a \dfrac{L+P}{M}$ b) $t = N\log_a \dfrac{M+P}{L}$ c) $t = N\log_a \dfrac{L+M}{P}$ d) $t = \log_a(\dfrac{L-M}{M})$

46. El conjunto solución de la ecuación $3(3^x) + 9(3^{-x}) = 28$ es :

a) $\{-1, 2\}$ b) $\{-1, 0\}$ c) $\{0, 1\}$ d) $\{2\}$

47. Al simplificar la expresión $\dfrac{(e^x + e^{-x})(e^x + e^{-x}) - (e^x - e^{-x})(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})^2}$ se obtiene :

a) $\dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ b) $\dfrac{(e^x + e^{-x})^2}{4}$ c) $\dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ d) $\dfrac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$

48. Al resolver la ecuación $\log(x^3) = (\log x)^3$ se obtiene que el conjunto solución es :

a) $\left\{1, 10^{\sqrt{3}}\right\}$ b) $\left\{\sqrt[3]{10}\right\}$ c) $\left\{3^{3/2}\right\}$ d) $\left\{10^3\right\}$

49. Que valor de x verifica que $\dfrac{\log(x^2 - 9)}{\log(x + 3)} = 1$

a) $\left\{4^{-1}\right\}$ b) $\{3\}$ c) $\{-3\}$ d) $\{-4\}$

50. Exprese $\dfrac{7\pi}{4}$ radianes, en grados.

a) 310 b) 390 c) 360 d) 315

51. Exprese $18^{^o}$ en radianes

a) $\dfrac{2\pi}{5}$ b) $\dfrac{5\pi}{2}$ c) $\dfrac{\pi}{4}$ d) $\dfrac{\pi}{10}$

52. Exprese en radianes $2340^{^o}$

a) 3π b) 200π c) 13π d) 14π

53. Si $\tan x$ no está definido, cuáles de los siguientes valores tampoco está definido:

a) $\sin x$ b) $\cos x * \sec x$ c) $\cot x \sin x$ d) $\cos x * \csc x$

54. Calcular los valores de x en $[0, 2\pi]$ tales que $2\cos x = \tan x + \sec x$

a) $\{0, \frac{\pi}{6}, \pi\}$ b) $\{\pi/6,\ 5\pi/6\}$ c) $\left\{3\frac{\pi}{2},\ \pi/6,\ 5\pi/6\right\}$ d) $\{\pi, \pi/6, \pi/6\}$

55. La expresión $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right)$ es equivalente a

a) $\tan\alpha$ b) $\sin\alpha$ c) $-\sin\alpha$ d) $\cos\alpha$

56. La expresión $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ es equivalente a

a) $\sin\alpha$ b) $\sec\alpha$ c) $\cos\alpha$ d) $\csc\alpha$

57. El valor de la expresión $\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\right)^2 + \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)^2$ es :

a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) x

58. ¿Qué valor toma $\cos^2(T)$ si se sabe que $\sin(x + T) = \sin x$ para todo ángulo x.

a) -1 b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) 0 d) 1

59. La expresión $(\sin b)\cos(a - b) + (\cos b)\sin(a - b)$ es equivalente a

a) $\cos^2 a - \sin^2 b$ b) $\sin a$ c) $\sin(a - b)$ c) $4 \sin a \cos b$

60. Resolver $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$

a) $x = \frac{\pi}{3} - 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ b) $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ c) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ d) $x = \frac{\pi}{4}$

61. Resolver la ecuación $\sin^2 x - 3\cos^2 x = 0$

a) $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$ b) $\left\{\frac{2}{3}\pi + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

c) $\left\{-\frac{2}{3}\pi + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2}{3}\pi + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ d) $\left\{\pm\frac{2}{3}\pi + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

62. Resolver el sistema

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = 1 \\ x + y = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

a) $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi,\ y = -\frac{\pi}{6} + 2m\pi; \quad (m, k \in Z)$

b) $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi,\ y = \frac{\pi}{4} + 2m\pi \quad (m, k \in \mathbb{Z})$

c) $x = \frac{\pi}{6}, \quad y = \frac{\pi}{3}$

d) $\{x = \frac{1}{6}\pi + 2\pi k,\ y = \frac{\pi}{3} + 2m\pi;\ k, m \in \mathbb{Z}\} \cup \{x = \frac{5}{6}\pi + 2\pi k,\ y = -\frac{\pi}{3} + 2m\pi;\ k, m \in \mathbb{Z}\}$

63. El valor de $1 + \cot^2 x$ coincide con el de

a) $\tan^2 x$ b) $\sec^2 x$ c) $\csc^2 x$ d) $\sin x \cos x$

64. El valor exacto de $\cos 15^{^o}$ es

a) $\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$ b) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$ c) $\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$ d) $\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{4}$

65. La expresión $\tan\alpha+\cot\alpha$ es equivalente a

a) $\sin\alpha\csc\alpha$ b) $\sec\alpha\csc\alpha$ c) $\sec\alpha\tan\alpha$ c) $\cos\alpha\tan\alpha$

66. Hallar $\cos(2x)$ si $\sin x = 0.2$

a) 0.4 b) 0.92 c) 0.092 d) 0.44

67. Si α, β y γ son los ángulos de un triángulo y se cumple que $\operatorname{sen}^2\alpha+\operatorname{sen}^2\beta+\operatorname{sen}^2\gamma = 2$, entonces el triángulo es :

a) Equilátero b) Isósceles c) Escaleno d) Rectángulo

68. En un triángulo ABC, $AB = 15$, $AC = 13$ y $BC = 14$. Hallar el coseno del $\angle C$

a) $\dfrac{7}{13}$ b) $\dfrac{14}{13}$ c) $\dfrac{5}{13}$ d) $\dfrac{1}{13}$

69. Un satélite de comunicación pasa, en cierto instante, sobre la línea imaginaria que une dos estaciones repetidoras A y B que están localizadas a 120 km de distancia una de la otra. En ese momento se mide simultáneamente el ángulo de elevación de la estación A que es de $75°$ y el de la estación B que es de $60°$. La distancia de la estación A al satélite en ese instante es igual a

a) 91.22 km b) 103.76 c) 146.97km d) 152.75 km

70. Desde un globo que está volando sobre una torre a 1500 m de altura, se distingue un pueblo a un ángulo de depresión de 70^o. ¿A qué distancia de la torre se halla el pueblo?

a) 775 m b) 809 m c) 806 m d) 805 m

71. Calcule la altura de un árbo que está situado sobre un terren llano, sabiendo que desde un punto del suelo se observa su copa bajo un ángulo de elevación de 45^a y, desde un punto 15 metros más cerca del árbol, a un ángulo de 60^o

a) 30.5 m b) 45 m c) 31.7 m d) 35.49 m

72. Se da una circunferencia de radio 10 m. Calcule el coseno del ángulo que forman las tangentes a dicha circunferencia, trazadas por los extremos de una cuerda de 15 m de longitud.

a) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ b) $\dfrac{5}{8}$ c) $\dfrac{2}{3}$ d) $\dfrac{1}{8}$

73. Sabiendo que $\sin x = \dfrac{2}{3}$ y que $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$, encuentre el valor de $\tan x$

a) $\dfrac{3}{2}$ b) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ c) $-\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$ d) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

74. La expresión $\dfrac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)]$ es equivalente a

a) $\cos\alpha\cos\beta$ b) $\cos\alpha\sin\beta$ c) $\sin\alpha\sin\beta$ d) $1-\sin\alpha\sin\beta$

75. La función f definida por $f(x) = -\dfrac{1}{2}(\cos 4x - \cos 2x)$ coincide con la función g dada por

a) $g(x) = \sin x \cos x$ b) $g(x) = \sin^2 x - \cos x$ c) $\sin(3x)\sin x$ d) $\cos(2x)\sin x$

76. Si $f(x) = 10x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 3x - 2$, entonces la función $g(x) = \dfrac{1}{2}\left[f(x) + f(-x)\right]$ está dada por

a) 0 b) $10x^4 - 5x^2 - 2$ c) $-6x^3 + 3x$ d) $10x^4 - 6x^3 - 2x + 2$

77. Si $\sin\theta$ es negativo y $\tan\theta$ es positivo, entonces θ se encuentra en el

a) II ó IV cuadrante b) I ó II cuadrante c) IV cuadrante d) III Cuadrante

78. Si $f(x) = \sqrt[3]{x} + 8$ entonces $f^{-1}(x)$ está dada por

a) $(y-8)^3$ b) $y^3 + 8$ c) $(y+8)^3$ d) $y^3 - 8$

79. El conjunto solución de la ecuación $\dfrac{1-\sec^2 x}{\sin^2\theta} = -2$, en el intervalo $[0°, 360°]$ es:

a) $\{0°, 45°, 360°\}$ b) $\{45°, 135°, 225°, 315°\}$ c) $\{0°, 45°, 225°\}$ d) $\{0°, 45°, 135°\}$

80. Si $f(x) = 2x + 1$ para $0 \le x \le 3$, ¿cuál de los siguientes conjuntos es el rango de f ?

a) $\{y : 0 \le y \le 3\}$ b) $\{y : 0 \le y \le 6\}$ c) $\{y : 1 \le y \le 7\}$ d) $\{y : 0 \le y \le 7\}$

81. Si $f(x) = 2x$ y $f(g(x)) = -x$, entonces $g(x)$ está dada por:

a) $-3x$ b) $-\dfrac{x}{2}$ c) $\dfrac{x}{2}$ d) $-2x$

82. El conjunto solución de $3\tan t + 3\cot t = 4\sqrt{3}$ en el intervalo $[0, 2\pi]$ es

a) $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}\right\}$ b) $\left\{\dfrac{4\pi}{3}, \dfrac{7\pi}{6}\right\}$ c) $\left\{\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{7\pi}{6}, \dfrac{4\pi}{3}\right\}$ d) $\left\{\dfrac{4\pi}{3}\right\}$

83. Si $f(x) = 1$ x y $g(x) = \sqrt{x+2}$, para x $\in \mathbb{R}$, el dominio de $(f+g)$ está dado por

a) $(-\infty, -2) \cup [1, \infty)$ b) $[-2, 1]$ c) $[1, \infty)$ d) $[-2, \infty)$

84. El intercepto de la gráfica de la función $f(x) = \log_8(x+2)$ con el eje Y es el punto

a) $(0, 1/2)$ b) $(0, 1/3)$ c) $(0, 1)$ d) $(1, 0)$

85. Al reducir $e^{\ln x} - \ln(2e^x) - \ln \frac{1}{2}$ se obtiene

a) x b) $-x$ c) 0 d) $x + \ln 2$

86. . El valor de x que satisface la ecuación $\log_{\frac{1}{2}} x = 4$ es

a) 16 b) $\frac{1}{16}$ c) $\frac{1}{8}$ d) 8

87. La expresión $\sec\theta - \cos\theta$ es equivalente a

a) $\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}$ b) $\sin\theta\tan\theta$ c) $\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ d) $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

88. Sean $f(x) = 3x + 5$, $g(x) = |x - 2|$, al calcular $(f \circ g)(-1)$ resulta

a) 16 b) 0 c) 14 d) 8

89. Determine el valor de k si el par ordenado $A(2\sqrt{5}, 4)$ pertenece a la función cuya ecuación está dada por $y = \sqrt{k - x^2}$

a) 42 b) 36 c) 16 d) 26

90. De la ecuación $(\sin A + \cos A)^2 = 1.5$ se concluye que la expresión $\sin A \cos A$ equivale a

a) 0.75 b) 1 c) 0.5 d) 0.25

91. . El dominio de la función$f(x) = \log_4(3x - 6)$ es

a) $(0, 2)$ b) $(2, \infty)$ c) $[2, \infty)$ d) $(0, \infty)$

92. Si $f(x) = 1 - x^2$ y $g(x) = 2x + 5$, entonces el valor de $g(f(2))$ es:

a) 1 b) 2 c) -2 d) 1

93. . La función inversa de $f(x) = 2\sqrt{x} - 5$, corresponde a:

a) $\left(\frac{x+6}{2}\right)^2$ b) $2\left(\sqrt{x+6}\right)$ c) $2\left(\sqrt{x}+6\right)$ d) $\left(\frac{6-\sqrt{x}}{2}\right)^2$

94. Si $f(x) = 2x + 1$ y $f(g(x)) = x$, entonces $g(x)$ está dada por:

a) $\frac{x+1}{2}$ b) $\frac{x-1}{2}$ c) $\frac{1-x}{2}$ d) $\frac{x}{2}$

95. . Si $f(x) = -\sqrt{x^2+1}$ entonces $f(-2)$ es igual a

a) $\sqrt{3}$ b) $-\sqrt{5}$ c) $\sqrt{5}$ d) $-\sqrt{3}$

96. . El valor de x que satisface la ecuación $\log x = 1 + \log \sqrt{x}$ es

a) 10 b) $\frac{1}{10}$ c) 100 d) 10^{-2}

97. .Si $f(x) = x^{x+1}(x+2)^{x+3}$, entonces el resultado de $f(-1) + f(-3)$ es

a) $\frac{10}{9}$ b) $\frac{9}{10}$ c) $\frac{1}{10}$ d) $-\frac{1}{10}$

98. En los puntos donde está definida la expresión $\frac{1+\tan x}{\sin x}$ es idéntica a

a) $1 + \cos x$ b) $\sin x + \cos x$ c) $\frac{1}{\cos x}$ d) $\csc x + \sec x$

99. Si f (x) es una función lineal y la pendiente de $y = f(x)$ es $\frac{1}{2}$, ¿cuál es la pendiente de $f^{-1}(x)$?

a) -1 b) 2 c) -2 d) $\frac{1}{2}$

100. Si $f(x) = 2x^3$ y $g(x) = 3x$, ¿cuál es el valor de $g[f(-2)] - f[g(-2)]$?

a) -120 b) 384 c) -384 d) 120

UNIDAD DE GEOMETRIA ANALITICA

1. El triángulo de vértices $A(-5,-1)$, $B(2,3)$ y $C(3,-2)$ es:

   a) Isósceles   b) Equilátero   c) Rectángulo   d) Rectángulo Isósceles

2. El perímetro P y el área A del cuadrilátero cuyos vértices son $A\,(-3,-1)$, $B\,(0,3)$, $C\,(3,4)$ y $D\,(4,-1)$ son:

   a) $P = 20\ u$, $A = 22\ u^2$ b) $P = 22\ u$, $A = 22\ u^2$

   c) $P = 20\ u$, $A = 22\ u$ d) $P = 20\ u^2$, $A = 22\ u^2$

3. Los vértices de un triángulo son $A\,(3,8)$, $B\,(2,-1)$, $C\,(6,-1)$. La longitud de la mediana trazada al lado $\overline{BC}$ es:

   a) $\sqrt{28}$ b) 28   c) $\sqrt{82}$ d) 82

4. Los vértices de un cuadrado son $(-1,3)$, $(3,-1)$, $(-1,-1)$ y $(3,3)$. La longitud de sus diagonales es:

   a) 2   b) 4   c) $4\sqrt{2}$ d) $3\sqrt{2}$

5. Dos vértices opuestos de un cuadrado son $(5,1)$ y $(-1,3)$. El área del cuadrado es:

   a) 40   b) 20   c) 10   d) 16

6. Uno de los extremos de un segmento de longitud 5 es el punto $(3,-2)$. Si la abscisa del otro extremo es 6, su ordenada es:

   a) 3   b) 2   c) 1   d) 6

7. Sea un segmento cuyos extremos son los puntos $A(-2,3)$ y $B(6,-3)$. Los puntos de trisección del segmento son:

   a) $\left(\frac{2}{3},1\right), \left(\frac{10}{3},-1\right)$ b) $\left(\frac{2}{3},-1\right), \left(\frac{10}{3},1\right)$ c) $\left(-\frac{2}{3},1\right), \left(\frac{10}{3},-1\right)$ d) $\left(\frac{2}{3},1\right), \left(\frac{10}{3},1\right)$

8. Uno de los extremos de un segmento es el punto $(7,8)$ y su punto medio es $(4,3)$. El otro extremo es:

   a) $(1,2)$ b) $(-1,-2)$ c) $(-1,2)$ d) $(1,-2)$

9. Una recta de pendiente 3 pasa por el punto $(3,2)$. Si la abcisa de otro punto de la recta es 4, su ordenada es:

   a) -5 b) 5   c) -4 d) 4

10. Dados los puntos $A(3,2)$ y $B(5,4)$ halla un punto C, alineado con A y B, de manera que se obtenga $\dfrac{CA}{CB} = \dfrac{3}{2}$

a) $\left(\dfrac{21}{5}, \dfrac{16}{5}\right)$ b) $\left(-\dfrac{21}{5}, \dfrac{16}{5}\right)$ c) $\left(\dfrac{21}{5}, -\dfrac{16}{5}\right)$ d) $(2,3)$

11. Dado el segmento de extremos $P_1(3,-2)$ y $P_2(-4,1)$, encuentre las coordenadas del punto P que lo divide en la razón -2

a) $(11,4)$ b) $(-11,4)$ c) $(5,4)$ d) $(11,-4)$

12. En las medianas de un triángulo el baricentro $B(x,y)$ es tal que las distancias de este punto al vértice $M(2,4)$ y al punto medio $N(1,-1)$ del lado opuesto están en la relación $\dfrac{MB}{MN} = 2$. Las coordenadas de B son

a) $\left(\dfrac{4}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$ b) $\left(-\dfrac{4}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$ c) $\left(-\dfrac{2}{3}, \dfrac{4}{3}\right)$ d) $(2,1)$

13. Las coordenadas del punto que divide al segmento con extremos $A(-1,4)$ y $B(-5,-8)$ en la razón $-\dfrac{1}{3}$ son:

a) $(1,-2)$ b) $(2,-1)$ c) $(1,10)$ d) $(-1,10)$

14. Las coordenadas del punto que divide al segmento con extremos $A(3,2)$ y $B(-1,-1)$ en la razon $\dfrac{1}{2}$ son:

a) $(2,1)$ b) $(-1,2)$ c) $\left(-\dfrac{5}{3}, -1\right)$ d) $\left(\dfrac{5}{3}, 1\right)$

15. Encontrar el punto medio del segmento cuyos extremos son $A(5,4)$; $B(-3,8)$

a) $(1,6)$ b) $(4,6)$ c) $(1,-2)$ d) $(-1,6)$

16. El punto medio de un segmento es $(2,2)$. Si uno de sus extremos es $(-2,3)$, el otro es

a) $(6,1)$ b) $(-2,1)$ c) $(1,6)$ d) $(-6,-1)$

17. Encuentre dos puntos equidistantes de $(2,1)$, los tres sobre la misma línea, si la abscisa de uno de ellos es $x = 6$ y la ordenada del otro es $y = -1$

a) $(2,3)$ b) $(-2,-3)$ c) $(-2,3)$ d) $(2,-3)$

18. Una recta l_1 pasa por los puntos $A(3,2)$ y $B(-4,-6)$ y otra recta l_2 pasa por los puntos $C(-7,1)$ y el punto $D(x,-6)$. Sabiendo que l_1 es perpendicular a l_2, el valor de x es:

a) -1 b) 3 c) -3 d) 1

19. Dados los vértices de un triángulo $A(2,0)$, $B(1,-3)$ y $C(2,-5)$, el otro extremo de la mediana correspondiente a B es:

a) $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$ b) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ c) $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ d) $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

20. La mediatriz del segmento determinado por los puntos $A(-2,3)$ y $B(4,1)$ pasa por el punto

a) $(2,3)$ b) $(3,4)$ c) $(-2,1)$ d) $(1,2)$

21. Determine la pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-4,-1)$ y $(5,2)$

a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) 3

22. Determine la pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-3,3)$ y $(4,-4)$

a) 2 b) 1 c) 3 d) -1

23. Determine la pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-5,2)$ y $(-5,-4)$

a) No existe b) 0 c) 6 d) -2

24. La pendiente de la recta que pasa por los puntos $(x,-3)$ y $(-2,6)$ es 3, el valor de x es

a) 2 b) 5 c) 6 d) -5

25. La pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-3,4)$ y $(1,y)$ es cero, entonces el valor de la ordenada es:

a) 3 b) 0 c) No existe d) 4

26. Una recta de pendiente -2 pasa por el punto $A(-1,4)$. Hallar su ecuación en la forma simétrica

a) $x + \frac{y}{3} = 1$ b) $x + \frac{y}{2} = 2$ c) $y + \frac{x}{2} = 1$ d) $x + \frac{y}{2} = 1$

27. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -4 y que pasa por el punto de intersección de las rectas $2x + y - 8 = 0$ y $3x - 2y + 9 = 0$

a) $4x + 3y - 10 = 0$ b) $4x + y - 9 = 0$ c) $x - 2y - 8 = 0$ d) $4x + y - 10 = 0$

28. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento cuyos extremos son $P_1(-3,2)$ y $P_2(1,6)$

a) $x + y + 3 = 0$ b) $x - y + 3 = 0$ c) $x + y - 3 = 0$ d) $x + 2y - 3 = 0$

29. Una recta pasa por el punto $A(7, 8)$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos $C(-2, 2)$ y $D(3, -4)$. Hallar su ecuación

a) $x + y - 82 = 0$ b) $6x + 5y - 82 = 0$ c) $x + 6y - 82 = 0$ d) $6x - 5y + 82 = 0$

30. Hallar el valor de k para que la recta $k^2 x + (k+1)y + 3 = 0$ sea perpendicular a la recta $3x - 2y - 11 = 0$

a) $\dfrac{2 \pm \sqrt{7}}{2}$ b) $\dfrac{1 + \sqrt{3}}{2}$ c) $\dfrac{1 \pm \sqrt{2}}{7}$ d) $\dfrac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$

31. Sean las rectas paralelas $3x - 4y + 8 = 0$ y $6x - 8y + 9 = 0$. La distancia entre ellas es

a) 10 b) $\dfrac{10}{7}$ c) 7 d) $\dfrac{7}{10}$

32. Hallar los ángulos interiores del triángulo cuyos vértices son los puntos $(-2, 1), (3, 4)$ y $(5, -2)$

a) $77°28'16''$, $54°9'44''$ y $49°12'59''$ b) $50°28'16''$, $54°9'44''$ y $48°21'59''$

c) $77°28'16''$, $54°9'44''$ y $48°21'59''$ d) $72°28'16''$, $59°9'44''$ y $48°21'59''$

33. Dos rectas se cortan formando un ángulo de $45°$. La recta inicial pasa por los puntos $(-2, 1)$ y $(9, 7)$ y la recta final pasa por los puntos $(3, 9)$ y A cuya abscisa es -2. Hallar la ordenada de A

a) -3 b) 8 c) 1 d) 0

34. Una recta l_1 pasa por los puntos $(3, 2)$ y $(-4, -6)$ y la otra recta pasa por el punto $(-7, 1)$ y el punto A cuya ordenada es -6. Hallar la abscisa del punto A, sabiendo que l_1 es perpendicular a l_2

a) 1 b) 5 c) -1 d) -5

35. Encuentre la pendiente y el ángulo de inclinación de una recta paralela a la recta que pasa por los puntos $(1, -2)$ y $(3, 8)$

a) 5 y $78°41'24''$ b) 4 y $41°78'24''$ c) 5 y $24°41'78''$ d) 4 y $78°41'24''$

36. Hallar los ángulos agudos del triángulo rectángulo cuyos vértices son $A(2, 5)$, $B(8, -1)$ y $C(-2, 1)$

a) $59°18'31''$ y $30°41'20''$ b) $56°18'35''$ y $33°41'24''$ c) $24°18'35''$ y $65°41'24''$ d) $56°38'35''$ y $33°21'24''$

37. La ecuación de una circunferencia es $x^2 + y^2 = 50$. El punto medio de una cuerda de esta circunferencia es el punto $(-2, 4)$. La ecuación de la cuerda es

a) $x - 2y - 10 = 0$ b) $x - 2y + 10 = 0$ c) $x + 2y + 10 = 0$ d) $2x - 2y + 10 = 0$

38. Un espejo parabólico tiene una profundidad de $12cm$ en el centro y un diámetro en la parte superior de $32cm$. ¿Cuál es la distancia del vértice al foco?

a) $\frac{16}{3}$ b) $-\frac{16}{3}$ c) $\frac{3}{16}$ d) 4

39. La ecuación de la hipérbola de centro en el origen, eje focal 12 y pasa por el punto $(8, 14)$ es:

a) $\frac{x^2}{252} - \frac{y^2}{36} = 1$ b) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{252} = 1$ c) $\frac{y^2}{252} - \frac{x^2}{36} = 1$ d) $\frac{x^2}{252} + \frac{y^2}{36} = 1$

40. En una elipse, los radios focales son los segmentos que unen los focos con un punto cualquiera de ella. Las ecuaciones de las rectas que contienen los radios focales correspondientes al punto $(2, 3)$ de la elipse $3x^2+4y = 48$ son:

a) $x - 2 = 0$; $3x - 4y + 6 = 0$ b) $x + 2 = 0$; $3x - 4y + 6 = 0$

c) $x - 2 = 0$; $3x + 4y + 6 = 0$ d) $x + 2 = 0$; $3x + 4y - 6 = 0$

41. La ecuación de la circunferencia que pasa por el origen y tiene su centro en el punto común a las rectas $x + 3y - 6 = 0 \;\; y \;\; x - 2y - 1 = 0$ es:

a) $x^2 - y^2 - 6x - 2y = 0$ b) $x^2 + y^2 + 6x - 2y = 0$

c) $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ d) $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$

42. La ecuación de una hipérbola con centro en el origen, longitud del eje transverso 8, excentricidad $\frac{4}{3}$ y con focos sobre el eje X es:

a) $7x^2 + 9y^2 = 112$ b) $9x^2 - 7y^2 = 112$ c) $7y^2 - 9x^2 = 112$ d) $7x^2 - 9y^2 = 112$

43. El filamento de una lámpara de flash está a $\frac{3}{8}$ de pulgadas del vértice del reflector parabólico y se encuentra en su foco. La ecuación del reflector, suponiendo que está dirigido hacia la derecha y su vértice en el origen es:

a) $3x - 2y^2 = 0$ b) $3x + 2y^2 = 0$ c) $2x - 3y^2 = 0$ d) $-3x - 2y^2 = 0$

44. Una parábola cuyo foco es $F(0, 6)$ y la ecuación de la directriz es $y = -6$, tiene por ecuación:

a) $x^2 = 24y$ b) $y^2 = 24x$ c) $x^2 = -24y$ d) $y^2 = -24x$

45. Si la excentricidad de una cónica es $e = \frac{5}{2}$, entonces se trata de una:

a) Parábola b) Elipse c) Circunferencia d) Hipérbola

46. La ecuación de la circunferencia con centro en el origen y que pasa por $(-3, 4)$ es

a) $x^2 + y^2 = 16$ b) $x^2 + y^2 = 25$ c) $x^2 + y^2 = 9$ d) $x^2 - y^2 = 25$

47. De los siguientes puntos el único que se encuentra sobre la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ es

a) $\left(\sqrt{2}, -1\right)$ b) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ c) $(1, 1)$ d) $(-1, -1)$

48. Si los extremos de un diámetro es una circunferencia con centro en el origen son $\left(\sqrt{5}, 2\right)$ y $\left(-\sqrt{5}, -2\right)$, la ecuación de dicha circunferencia es

a) $x^2 + y^2 = 9$ b) $x^2 + y^2 = 3$ c) $x^2 + y^2 = 16$ d) $x^2 - y^2 = 9$

49. Si $(2, 2)$ es el punto medio de una cuerda en la circunferencia $x^2 + y^2 = 16$, la ecuación de dicha cuerda es

a) $2x + y - 4 = 0$ b) $x + y - 4 = 0$ c) $x - y - 4 = 0$ d) $x - y + 4 = 0$

50. La ecuación de la circunferencia con centro en el origen y que pasa por el punto de intersección de las rectas $3x + 3y = 15$ y $2x + 2y = 22$ es

a) $x^2 - y^2 = 13$ b) $x^2 + y^2 = 16$ c) $x^2 + y^2 = 9$ d $x^2 + y^2 = 11$

51. La ecuación de una elipse con focos en $\left(\pm\sqrt{5}, 0\right)$ y longitud del eje mayor igual a 6 es:

a) $9y^2 - 4x^2 = 36$ b) $4x^2 + 9y^2 = 36$ c) $9x^2 + 4y^2 = 36$ d) $4x^2 - 9y^2 = 36$

52. La ecuación de una parábola que tiene su foco en el punto $F(2, 0)$ y su directriz es la recta de ecuación $x = -2$ es:

a) $y^2 = -8x$ b) $y^2 = 8x$ c) $y^2 = -\frac{1}{8}x$ d) $y^2 = \frac{1}{8}x$

53. Hallar el centro y radio de la circunferencia que pasa por los puntos $A(0, 6)$, $B(4, -2)$ y $C(9, 3)$

a) $C(4, 3)$ y $r = 5$ b) $C(-4, 3)$ y $r = 5$ c) $C(4, -3)$ y $r = 5$ d) $C(-4, -3)$ y $r = 5$

54. Dada la parábola que tiene por ecuación $x^2 = -6y$, encontrar las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz:

a) $F(0, -\frac{3}{2})$ y $y = -\frac{3}{2}$ b) $F(0, -\frac{3}{2})$ y $y = \frac{3}{2}$ c) $F(\frac{3}{2}, 0)$ y $x = -\frac{3}{2}$ d) $F(-\frac{3}{2}, 0)$ y $x = \frac{3}{2}$

55. Las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz de la parábola $x = -\frac{1}{4}y^2$ es

a) $(1,0)$ y $x=1$ b) $(-1,0)$ y $x=1$ c) $(0,-1)$ y $x=-1$ d) $(1,0)$ y $x=-1$

56. La ecuación de la parábola con vértice en el origen y foco $\left(-\sqrt{2},0\right)$ es

a) $(-2,0)$ y $y^2=-4x$ b) $\left(-\sqrt{2},0\right)$ y $y^2=-4\sqrt{2}x$

c) $\left(0,-\sqrt{2}\right)$ y $y^2=-4\sqrt{2}x$ d) $\left(\sqrt{2},0\right)$ y $y^2=-4\sqrt{2}x$

57. El foco y la directriz de la parábola $2y-x^2=0$ son

a) $(0,2)$ y $y=-\frac{1}{2}$ b) $\left(\frac{1}{2},0\right)$ y $y=\frac{1}{2}$ c) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ y $y=-\frac{1}{2}$ d) $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ y $y=-\frac{1}{2}$

58. La ecuación de la parábola cuyo foco es $(4,0)$ y directriz $x=-4$ es

a) $y^2=16x$ b) $y^2=-4x$ c) $y^2=4x$ d) $y^2=-16x$

59. La ecuación de la parábola cuyo eje de simetría es el eje y, vértice en el origen y que pasa por $(-2,-2)$ es

a) $x^2=2y$ b) $2x^2=-y$ c) $x^2=-2y$ d) $x^2=-y$

60. Si la longitud del eje mayor es 16 y la distancia focal es 8, entonces la ecuación de la elipse con eje focal en el eje y es

a) $\frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{64}=1$ b) $\frac{x^2}{48}+\frac{y^2}{64}=1$ c) $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{48}=1$ d) $\frac{x^2}{48}+\frac{y^2}{64}=1$

61. Si la excentricidad es $\frac{4}{5}$ y la distancia focal es 16, la ecuación de la elipse con eje focal en el eje x es

a) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ b) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{100}=1$ c) $\frac{x^2}{100}-\frac{y^2}{36}=1$ d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$

62. La excentricidad de la elipse $2x^2+4y^2=8$ es

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

63. El único punto que pertenece a la elipse con eje mayor 20 y eje menor 10 es

a) $\left(-5,\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$ b) $\left(5,\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$ c) $\left(5,\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)$ d) $\left(5,-\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$

64. La ecuación de la elipse que pasa por $\left(3, 2\sqrt{3}\right)$, con vértice correspondiente al eje menor $(0,4)$ es

a) $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{36} = 1$ b) $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ c) $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{16} = -1$ d) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{36} = 1$

65. Los focos de la hipérbola $4x^2 - 9y^2 = 36$ son

a) $\left(0, \pm\sqrt{13}\right)$ b) $(\pm 13, 0)$ c) $(0, \pm 13)$ d) $\left(\pm\sqrt{13}, 0\right)$

66. Las asíntotas de la hipérbola $25y^2 - 16x^2 = 400$, son

a) $y = \pm\dfrac{4}{5}x$ b) $x = \pm\dfrac{4}{5}y$ c) $y = \pm\dfrac{5}{4}x$ d) $x = \pm\dfrac{5}{4}y$

67. La ecuación de la hipérbola con asíntotas $y = \pm\dfrac{3}{2}x$, es

a) $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ b) $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{y^2}{3} = 1$ c) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ d) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$

68. Las coordenadas de los vértices de una hipérbola son $(\pm 1, 0)$ y sus focos $(\pm 2, 0)$. Entonces su ecuación es

a) $\dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{3} = 1$ b) $\dfrac{x^2}{1} + \dfrac{y^2}{3} = 1$ c) $\dfrac{x^2}{3} - \dfrac{y^2}{1} = 1$ d) $\dfrac{x^2}{1} - \dfrac{y^2}{3} = -1$

69. La excentricidad de la hipérbola $y^2 - 4x^2 = 4$ es

a) $-\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ b $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ c) $-\dfrac{5}{\sqrt{2}}$ d) $\dfrac{5}{2}$

70. El foco y la directriz de una parábola cuya ecuación es $y^2 = 36x$ son respectivamente:

a) $F(-9,0)$ y $x = 9$ b) $F(9,0)$ y $x = -9$ c) $F(0,-9)$ y $y = 9$ d) $F(0,9)$ y $y = -9$

Bibliografía

1. Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. E. Swokowski, J. Cole, McGrawHill, 1991.
2. Álgebra. Larson y Hostetler, 1^a ed. Publicaciones cultural, 1996.
3. Álgebra. Luis María Ormaechea. Uca Editores, Salvador, 1992.
4. Aritmética. Baldor, Cultural Mexicana, 1967.
5. Geometría Analítica. Lehmann. Uteha.1,978.
6. Geometría Analítica. Eugenio Filoy y Fernando Hitt. Grupo Editorial Iberoamericana 1997.
7. Geometría Plana y del Espacio. Baldor, Cultural Mexicana, 1967.
8. Geometría. Barnett Rich, 2^a ed. , McGrawHill, 1994.
9. Matemática Bachillerato. R. Meneses, S. Meneses Editorial Eidos, 1999.
10. Precálculo. Álgebra, Geometría Analítica y Trigonometría. Raymond Barnett. Limusa 1992.
11. Probabilidad y Estadística. Murray Spiegel. McGrawHill, 1990.
12. Probabilidad. Seymour Lipschutz, Marc Lipson, 2^a ed., McGrawHill, 2001.
13. Publicaciones y Artículos de Internet.
14. Teoría de Conjuntos y Temas Afines. Seymour Lipschutz, McGrawHill, 1996.